



# Tu viaje matemático explorando, aprendiendo y disfrutando

Material elaborado por:

Sandra Fiorentini | Flavia Minatelli | Marinés Quiroga | Silvia Sorichetti | Ana Clara Vanella | Noelia Lucca | Sergio Viñolo

Colaboración de: María Eugenia Pinque y Patricia Juárez

## **BIENVENIDA**

¡Hola, profe!

Somos un equipo de docentes de Matemática del Nivel Secundario, comprometidos con mejorar el aprendizaje de nuestros estudiantes en tiempos inciertos y desafiantes.

Al igual que ustedes, hemos enfrentado actividades que no han salido como esperábamos y momentos de desánimo cuando los estudiantes no logran aprender. Sin embargo, creemos que es nuestra responsabilidad dar sentido a este mundo y reconstruirlo junto a nuestros estudiantes.

Este cuadernillo surge de nuestra experiencia cotidiana en el aula y busca ofrecer estrategias que fomenten aprendizajes profundos. Esperamos que encuentren en él herramientas útiles para enriquecer su práctica docente.

¡Nos encontramos en los cursos!

Sergio, Sandra, Noelia, Flavia, Ana, Silvia y Marines.

## Índice

Bienvenida	2
Introducción	4
Guiando el viaje matemático...	5
El rol del docente en las discusiones matemáticas y las instancias de reflexión	8
<b>Números y operaciones</b> "Multiplicar y dividir números naturales"	9
ACTIVIDAD 1   Juego "Multiplico y sumo"	10
ACTIVIDAD 2   Cálculos mentales de multiplicaciones	15
ACTIVIDAD 3   Descomponer para dividir	21
<b>Álgebra y funciones</b> "Problemas de proporcionalidad directa: propiedades y relaciones"	30
ACTIVIDAD 1   Compras y proporcionalidad	31
ACTIVIDAD 2   ¿Todo es proporcional?	36
ACTIVIDAD 3   Porcentaje	39
<b>Geometría y medida</b> "Cálculos no convencionales de perímetro y área"	43
ACTIVIDAD 1   Juego "Cazadores de figuras"	44
ACTIVIDAD 2   Comparando figuras	49
ACTIVIDAD 3   Para analizar en equipos sobre nuevas figuras, nuevos cálculos de áreas	53
<b>Anexo I</b> "Multiplico y sumo" Plantillas de tarjetas	61
<b>Anexo II</b> Juego: Cazadores de figuras: Plantilla	62
<b>Anexo III</b> Dado para armar	62
<b>Anexo IV</b> Perímetros y áreas de figuras en cuadrículas	63
Bibliografía de referencia	65

## Introducción

La culminación de una etapa educativa marca el comienzo de una nueva. Este es el cierre de un ciclo y la apertura de uno nuevo, lleno de desafíos y oportunidades estimulantes. Es crucial incorporar nuevas pautas y estrategias, reforzar lo que ya hemos aprendido y aplicarlo para establecer una base sólida desde la cual avanzar hacia el futuro.

Este material tiene como objetivo principal facilitar la transición de la Educación Matemática entre la primaria y la secundaria. Además, busca guiar a los estudiantes en su nueva etapa como alumnos de nivel secundario. Este recurso forma parte de una serie de acciones implementadas por las políticas educativas provinciales, diseñadas para acompañar a los estudiantes en el inicio de esta nueva fase educativa.

Para apoyar la enseñanza y el desarrollo de este trayecto, se pone a disposición de docentes y estudiantes este cuadernillo de articulación para el inicio de la escuela secundaria. El material abarca ejes fundamentales, tales como el Número y las operaciones, Funciones y Álgebra, así como Geometría y medida.

El cuadernillo ofrece una variedad de actividades y recursos diseñados para facilitar la transición de un nivel educativo al siguiente. Las actividades seleccionadas incluyen el cálculo reflexivo de multiplicación y división entre números naturales, la resolución de problemas que implican relaciones de proporcionalidad directa, y el cálculo y comparación de perímetro y área de figuras geométricas.

Este material proporciona actividades para los estudiantes y orientaciones para los docentes, con el fin de apoyar la enseñanza y la implementación de las propuestas educativas. Estas propuestas están especialmente diseñadas para el inicio de la escuela secundaria y abarcan aproximadamente el primer mes de clases.

Las actividades están organizadas en tres momentos pedagógicos: un primer momento de exploración y resolución autónoma (o en ocasiones, con algunos pares), donde se invita a los estudiantes a resolver problemas utilizando estrategias personales, promoviendo la independencia y el desarrollo de habilidades críticas de resolución de problemas; un segundo momento de socialización y reflexión, donde los alumnos comparten, validan y comparan sus soluciones y estrategias (correctas o no), y facilitando la síntesis del trabajo realizado y permitiendo la construcción colectiva de conclusiones; y un último momento de profundización del tema abordado, donde se propone una tarea que invita a los estudiantes a priorizar el análisis crítico y reinvertir lo aprendido en nuevas situaciones.

Este enfoque integral no solo busca desarrollar habilidades matemáticas, sino también fomentar una actitud reflexiva y crítica en los estudiantes, preparándolos para los desafíos futuros. Esperamos que este material sea una herramienta valiosa en su viaje de aprendizaje, que los ayude a descubrir, explorar y disfrutar de las maravillas del mundo matemático.

**¡Tu viaje matemático comienza!**

## Orientaciones Docentes

### Guiando el viaje matemático...

Querido docente, al igual que un guía de este emocionante viaje, tu papel es acompañar a los estudiantes en cada paso de su recorrido, asegurándote de que vivan la experiencia de manera segura, reflexiva y, sobre todo, amigable. A continuación, te proponemos una serie de orientaciones, que se correlacionan con los íconos que están presentes en el cuadernillo del estudiante, para que puedas "andamiar" este viaje matemático, teniendo siempre en cuenta que el objetivo es que el estudiante no sólo resuelva el problema, sino que también aprenda y disfrute el proceso.



#### 1 | El inicio del viaje: Preparando a los estudiantes

Al igual que en una montaña rusa, el comienzo es crucial. Antes de que los estudiantes se embarquen en la resolución del problema, es necesario que se preparen mentalmente y organicen los materiales que van a necesitar. Aquí tu tarea es guiarlos a través de las primeras preguntas que les ayudarán a preparar los útiles y materiales esperables y organizar sus pensamientos para establecer un plan de acción.

#### Algunas orientaciones para tener en cuenta:

- **Recuperación de conocimientos previos:** los juegos y/o actividades propuestas favorecen que el estudiante ponga en juego las nociones, ideas, estrategias aprendidas en años anteriores.
- Si el grupo no se anima a plantear resoluciones, se sugiere **realizar algunas preguntas guía.** Por ejemplo:
  - ¿Qué datos tenemos?
  - ¿Hay algo que ya sepamos que nos ayude a comenzar?
  - ¿Qué pasos necesitamos seguir para resolverlo?
- **Resaltar la importancia de tener un "plan de ruta"** antes de comenzar, ayudándoles a ver que, aunque la resolución de problemas puede parecer desafiante, siempre se puede disfrutar del proceso si se está bien preparado.



## 2 | El viaje: Acompañando durante el proceso

Una vez que el viaje comienza, los estudiantes estarán inmersos en el proceso de resolver el problema. Aquí, tu tarea es mantener y acompañar su plan de acción en mente y ayudarlos a reflexionar sobre las decisiones que van tomando, asegurándote de que no pierdan el rumbo. A medida que avanzan, puedes guiarlos para que comprendan por qué cada paso es importante y cómo se conecta con el resultado final.

### Algunas orientaciones para tener en cuenta:

- **Establecer metas a corto plazo:** Divide el problema en partes pequeñas y establece objetivos que los estudiantes puedan alcanzar de manera progresiva. Esto les ayudará a sentirse motivados durante el recorrido.
- **Promover la reflexión** a través de preguntas abiertas que los lleven a pensar sobre el proceso. En las orientaciones didácticas encontrarán preguntas y sugerencias para este momento.
- **Intervenir en momentos críticos:** Si un estudiante no avanza en la resolución, hazle preguntas que lo ayuden a reenfocar sus ideas y acciones, recordándoles que las dificultades son parte del proceso y que cada pequeño paso los acerca a la solución.



## 3 | La alegría final: Reflexionando sobre el resultado

Al llegar al final del problema, es importante que los estudiantes se tomen un momento para reflexionar sobre su experiencia, cómo se sintieron durante el viaje, qué aprendieron y cómo lo aprendieron. Esto les permitirá internalizar lo que hicieron bien para aplicar nuevamente, reconocer lo que pueden mejorar la próxima vez y, sobre todo, valorar el proceso.

### Algunas orientaciones para tener en cuenta:

- **Reflexión sobre el proceso:** Pregunta a los estudiantes cómo se sintieron a lo largo de la resolución. En las orientaciones didácticas encontrarán preguntas y sugerencias para estos momentos. Otras preguntas pueden ser:

- ¿Qué estrategias me funcionaron bien?
- ¿De qué otra forma lo podría haber resuelto?
- ¿Aprendiste algo nuevo en estas clases? ¿Qué?
- ¿Qué cambiarías si tuvieras que hacer el problema de nuevo?
- Menciona algo que no recordabas.
- **Fomentar la autoevaluación:** Anima a los estudiantes a pensar en lo que hicieron bien y en lo que podrían mejorar. Esto no solo les ayuda a desarrollar habilidades matemáticas, sino también habilidades metacognitivas.
- **Celebrar los logros:** Asegúrate de que todos los estudiantes se sientan reconocidos por su esfuerzo, incluso si el resultado no fue perfecto. La satisfacción de haber completado el viaje es tan importante como la correcta resolución del problema.

Tu rol como docente es el de un guía en este viaje matemático. Al acompañar a los estudiantes con preguntas abiertas, haciendo que reflexionen sobre sus decisiones y ayudándolos a valorar tanto el proceso como el resultado final, estarás creando un ambiente donde las matemáticas se convierten en una aventura de aprendizaje. Recuerda, cada estudiante vivirá el recorrido a su manera, y tu apoyo será fundamental para que todos disfruten el viaje y se sientan capaces de enfrentar nuevos retos matemáticos con confianza. ¡A disfrutar del viaje!



## **Antes de comenzar...**

### **El rol del docente en las discusiones matemáticas y las instancias de reflexión**

En el marco de las propuestas de este cuadernillo, las discusiones en el aula constituyen un espacio clave para que los estudiantes confronten, expliquen y fundamenten sus estrategias, favoreciendo la construcción de significados compartidos. Aunque estas instancias suelen planificarse como un momento de cierre en cada encuentro, es fundamental que el docente considere que la reflexión no debe restringirse a dicho espacio, sino que puede y debe integrarse de manera dinámica a lo largo de la clase.

Es posible que, al enfrentar las actividades propuestas, algunos estudiantes encuentren dificultades para desplegar estrategias diversas. Esto puede deberse a que no están acostumbrados a trabajar de esta manera o a que no identifican los conocimientos implicados en las tareas. Ante estas situaciones, el docente desempeña un rol crucial: debe estar atento a las interacciones y procesos que emergen en el aula, tomando decisiones que promuevan la participación activa de los estudiantes y su acercamiento a los saberes matemáticos en juego.

Entre las posibles intervenciones, es relevante que el docente recurra a preguntas que, en términos de Guy Brousseau, funcionen como "devoluciones". Estas preguntas, realizadas al transitar por los grupos o interactuar con los estudiantes, no buscan resolver directamente la tarea, sino proporcionar indicios que estimulen la reflexión y el avance autónomo. Asimismo, en ciertos momentos será necesario instalar discusiones grupales intermedias, que permitan socializar estrategias, identificar obstáculos y reorientar el trabajo hacia nuevas exploraciones.

Además, es importante que el docente mantenga la flexibilidad para realizar adaptaciones a las actividades en función de las características y necesidades de sus estudiantes. Si observa que las propuestas resultan demasiado complejas o, por el contrario, demasiado sencillas, puede modificar o ajustar los niveles de desafío "sin perder de vista la intencionalidad de la clase, atendiendo a las sugerencias didácticas". Estas decisiones permitirán que todos los estudiantes encuentren un punto de acceso adecuado a las tareas y puedan participar activamente en la construcción del conocimiento.

De este modo, la atención constante del docente a lo que sucede en el aula no solo enriquece las discusiones planificadas, sino que también asegura que los estudiantes encuentren oportunidades para desplegar, analizar y fortalecer sus estrategias. Este enfoque fomenta un aprendizaje en el que el error, las dudas y los caminos inesperados se convierten en verdaderos motores para la construcción del conocimiento matemático.

# Números y Operaciones

## “Multiplicar y dividir números naturales”

- ✓ Construir cálculos mentales exactos y aproximados para multiplicar y dividir números.
- ✓ Reflexionar acerca de estrategias de cálculo mental identificando las propiedades que garantizan que dichos cálculos funcionen.

**"La matemática es la reina de las ciencias y la aritmética es la reina de la matemática."**

(Carl Friedrich Gauss, conocido como el "Príncipe de los Matemáticos")



## ACTIVIDAD 1

### Sugerencias para el docente

En la Actividad 1, se pretende "que el estudiante sea capaz de identificar y explicar las regularidades que surgen de la multiplicación de un número natural por una potencia de 10 (o la unidad seguida de ceros)". El tiempo estimado para su abordaje es de 2 horas cátedras.

Esta actividad inicia con un juego para que los estudiantes se enfrenten ante situaciones en donde deban operar con la unidad seguida de ceros, y que comiencen a recuperar o definir algunas conclusiones.

En un segundo momento, luego de que los estudiantes hayan jugado, poniendo en acto sus estrategias para sumar puntos, se propone un ítem b con tareas para después de jugar, en donde esas conclusiones deban ser sostenidas o reformuladas, validándolas en situaciones ficticias de juego.

- En b1 y b2, el estudiante resuelve el interrogante simulando una situación de juego. Se espera que responda 490 y 1110 respectivamente.
- En b3, se da como dato las tarjetas y el resultado obtenido. El estudiante debe invertir el razonamiento de cálculo: como el resultado es 25010, y resulta de multiplicar a un número por 1000 y sumarle 10, debe primero restar 10, obteniendo 25000, y luego pensar qué número se multiplicó por 1000 para llegar a 25000, es decir 25.
- En b4, la idea es advertir un razonamiento erróneo, y para ello es necesario seguir explicitando la estrategia de resolución.

En el ítem c, el estudiante hace explícito el razonamiento a través de un ejemplo. Es momento de ir extrayendo conclusiones para una generalización posterior. Se espera que el estudiante advierta que al multiplicar 34 por 10, 100, 1000, se obtiene 34 seguido de tantos ceros como ceros tenga la potencia de 10.

En esta consigna d, reforzando las conclusiones arribadas en c, el estudiante podrá responder de distintas formas:  $24 \times 100 + 100$ ,  $15 \times 100 + 1000$ .

En e, se busca que cada estudiante formule su conclusión, dejándola escrita en su cuaderno. Esta conclusión será la que luego socializará con el resto de sus compañeros, intentándola validar a través de la resolución del trabajo propuesto.

En el tercer momento, al finalizar la actividad 1, se propone una instancia de socialización y reflexión guiada por el docente. En esta instancia de la clase, se busca invitar a los estudiantes a compartir sus respuestas, sus procedimientos y argumentaciones, dando lugar

a debates y confrontación de respuestas, para luego recuperar aquellas ideas y razonamientos que permitan reflexionar sobre las nociones involucradas en esta situación, para profundizarlas y dar formalidad al conocimiento, de manera tal que éste tome forma de un saber general que pueda ser evocado cuando una nueva situación lo requiera. Debemos considerar que esta instancia no debe entenderse como una exposición del docente, sino como un espacio para la construcción conjunta, mediado por el docente.

El docente toma nota en el pizarrón de alguna conclusión colectiva a partir de la socialización de los estudiantes. Se sugiere que quede registrado en la carpeta del alumno para que lo puedan repasar y recuperar cuando lo consideren necesario.

Finalmente, se propone una tarea extra que puede ser resuelta en la misma clase o llevarse para la casa, y discutir en la clase siguiente. En esta consigna se modifican las condiciones de trabajo, a fin de que el estudiante pueda argumentar a partir de lo que se trabajó, se socializó y se validó. Aquí, podrá notarse que siempre conviene primero sumar, y luego multiplicar, puesto que se está multiplicando a un número mayor.



## ACTIVIDAD 1

### Juego "Multiplico y sumo"

Preparen los materiales para este juego con el profesor y organicense en grupos de 4 alumnos máximo. Cada grupo armará 2 equipos.

#### Materiales

Necesitan una calculadora, papel, lápiz, tapitas u otros elementos para contar puntos y un juego de tarjetas por grupo. [Ver juego de tarjetas en el Anexo I](#)

+ 10, +100, +1000, x 10, x 100 y x 1000.

#### Reglas del juego

Se colocan las tarjetas con el signo de suma en una pila y las tarjetas con el signo de multiplicación en la otra pila, todas boca abajo. Uno de los jugadores dice un número de dos cifras. Un jugador del otro equipo saca una tarjeta de cada pila y deberá, mentalmente:

- Primero multiplicar el número que dijo su compañero por el número que indica la tarjeta con "x"
- luego sumarle el número que indica la tarjeta con "+";
- debe anotar en un papel el número inicial, las operaciones que aparecen en las tarjetas y el resultado que había calculado.

Por ejemplo:

Número	x (multiplico)	+ (sumo)	Resultado
<b>20</b>	<b>x100</b>	<b>+10</b>	<b>2010</b>

El primero controla la exactitud del resultado con la calculadora. Si es correcto, le da una tapita (e invierten los roles) y ya están listos para la segunda ronda.

Todos los participantes deben jugar por lo menos una vez, realizando el cálculo mental.

Gana el jugador que suma mayor cantidad de puntos.



**a |** Jugá con tu compañero de equipo 5 rondas

Para después de jugar...

**b |** Pablo y Mariana están jugando al juego "Multiplico y sumo":

1. En el turno de Pablo, Mariana elige el número 39, y Pablo saca las tarjetas +100 y  $\times 10$ , ¿qué respuesta debe dar Pablo para sumar un punto?
2. En el turno de Mariana, Pablo elige el número 11, y Mariana extrae las tarjetas +10 y  $\times 100$ , ¿qué debe responder Mariana para sumar un punto?
3. Si en cierta partida, Pablo escoge un número de dos cifras, y Mariana extrae las tarjetas +10 y  $\times 1000$ , y al resolver su cálculo, Mariana responde correctamente que el resultado es 25010, ¿qué número fue el que había elegido Pablo?
4. En la partida final, Mariana aventaja por 1 punto a Pablo. Pablo tiene la oportunidad de empatar o de lo contrario, perderá el juego. Luego de que Mariana elija el número y Pablo extrae las dos tarjetas de operaciones, éste responde como resultado 9801. ¿Cómo terminó el juego?

**c |** Si un compañero no sabe o no conoce la transformación que se produce al multiplicar 34 por 10, ¿cómo se lo explicarías? Escribí lo que le dirías para que pueda entenderlo ¿Y por 100? ¿Y por 1000?

**d |** Si en una partida en donde se respondió correctamente, el resultado dado fue 2500, ¿cuál podría haber sido el número de dos cifras que se pensó y las tarjetas de suma y multiplicación que salieron?

**e |** Completá la frase teniendo en cuenta cómo se modifica un número al sumar o multiplicar por la unidad seguida de ceros.



Todo número que se multiplique por la unidad seguida ceros .....

Todo número al que se le sume la unidad seguida de ceros .....



## Del diálogo a las ideas Discusión en acción

### Afianzando Ideas: Reflexiones con un toque extra

Si en lugar de multiplicar y luego sumar, el juego te permitiese elegir qué operación hacer primero con el objetivo de obtener el resultado más grande, ¿qué decisión tomarías? ¿Por qué?



## ACTIVIDAD 2

### Sugerencias para el docente

En la Actividad 2, tiene como propósito principal “desarrollar el cálculo mental en los estudiantes, apoyándose en estrategias de descomposición en factores o sumas y en el reconocimiento y uso de las propiedades de las operaciones con números naturales”. Se busca que los alumnos exploren estrategias diversas, adaptadas a las características de los números y a sus propios conocimientos, fomentando un cálculo reflexivo y flexible.

Es importante aclarar que el cálculo mental no implica la ausencia de escritura ni la resolución sin reflexionar, sino que se refiere a la implementación de procedimientos "artesanales". Estos procedimientos no siempre se expresan como algoritmos estandarizados, sino que son construcciones personales que aprovechan las propiedades del sistema de numeración, cálculos memorizados y las operaciones involucradas (Quaranta, Ponce y Sadovsky, 1994).

En la tarea a, el estudiante resolverá basando su razonamiento en las conclusiones de la clase anterior: multiplicar por la unidad seguida de ceros.

- Haciendo uso de:  $12 \times 10 = 120$ ,  $12 \times 20$ ,  $\times 30$ ,  $\times 50$ , será el doble, triple y quíntuple del resultado 120, es este caso aplica razonamientos de proporcionalidad.
- Otra estrategia válida, es aplicando la propiedad distributiva, es descomponer uno de los factores en sumas y luego multiplicar cada término por el otro factor, por ejemplo,  $12 \times 50 = 12 \times 20 + 12 \times 30$
- El razonamiento es análogo en las multiplicaciones por 21, observando que, como 50 es la mitad de 100,  $21 \times 50$  será la mitad de  $21 \times 100$ . Así mismo,  $21 \times 500$  será la mitad de  $21 \times 1000$ .
- Para responder a las multiplicaciones  $12 \times 90$  y  $21 \times 600$ , se podrá hacer uso de cualquiera de estas estrategias citadas. Por ejemplo:
  - $12 \times 90 = 12 \times 10 + 12 \times 30 + 12 \times 50$  (o,  $12 \times 100 - 12 \times 10$ )
  - $21 \times 600 = 21 \times 500 + 21 \times 100$  (o,  $21 \times 3 \times 200$ )

En b, se invita a analizar equivalencias de productos, “sin hacer la cuenta”, es decir, sin recurrir al algoritmo tradicional. Mientras la cuenta se centra en aplicar procedimientos mecánicos para obtener un resultado, el cálculo se refiere a la exploración de procedimientos artesanales en términos planteados por los autores antes citados.

El estudiante descompondrá factores para encontrar cálculos equivalentes.

- $36 \times 21 = 36 \times (3 \times 7)$ , y también,  $36 \times 21 = (2 \times 2 \times 9) \times 21$ , mientras que no dará el mismo resultado en  $30 \times 6 \times 3 \times 7$ , porque  $36 = 30 + 6$  (y no  $30 \times 6$ ). En el cálculo reflexivo es necesario llevar un control de la descomposición que se realiza y la propiedad que involucra.
- El último cálculo,  $18 \times 42$ , será equivalente a  $36 \times 21$ , puesto que se ha reducido a la mitad un factor, y duplicado el otro.
- Bajo esta estrategia de descomposición en factores, el estudiante podrá proponer otras multiplicaciones similares, que resulten equivalentes  $36 \times 21$ .

En c, el estudiante debe hacer uso del cálculo ya dado  $36 \times 14 = 504$ , y comparar los factores de esta multiplicación, con los factores del resto de las multiplicaciones que debe resolver.

- Por ejemplo,  $36 \times 140 = (36 \times 14) \times 10$ , entonces el resultado será 5040; en el caso de  $18 \times 14$ , como 18 es la mitad de 36, entonces  $18 \times 14$  será la mitad de  $36 \times 14$ .
- En el caso de  $7 \times 72$ , además de advertir que 7 es la mitad de 14 y que 72 es el doble de 36, por lo que el resultado seguirá siendo 504, resulta importante reconocer válida la propiedad conmutativa de la multiplicación.
- En el caso de  $36 \times 15$  y  $36 \times 13$ , puede pensarse respectivamente como:  $36 \times 14 + 36 \times 1$ , y  $36 \times 14 - 36 \times 1$ .

En el ítem d, el estudiante analizará las estrategias de multiplicación propuestas, interpretando el razonamiento seguido por Sandra y Lucio

- En el primer caso, se observa la descomposición en suma de 21 como  $20 + 1$ , entonces  $21 \times 37 = (20 + 1) \times 37$ , con lo cual se pone en acto la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma:  $20 \times 37 + 1 \times 37$ . Sin embargo, el razonamiento seguido por Sandra es erróneo, puesto que en lugar de multiplicar a 37 por 20, se multiplica por 2.
- En cuanto a lo que comenta Lucio, resulta importante destacar que realiza un cálculo por aproximación. Esta estrategia, aunque no arriba al resultado de la multiplicación, resulta valiosa como estimación, ya que le permite advertir el error en el procedimiento de Sandra.

En el ítem e, el estudiante pondrá en acto la estrategia de descomposición en sumas de algún factor, y la aplicación de la propiedad distributiva (aunque no explicita el nombre de la misma).

- $52 \times 25 = 52 \times (20 + 5) = 52 \times 20 + 52 \times 5$  pudiendo retomar aquí estrategias ya usadas, como la de multiplicar por 20, es el doble de multiplicar por 10, y multiplicar por 5, es la mitad de multiplicar por 10.

- o bien,  $(50+2) \times 25 = 50 \times 25 + 2 \times 25$  pudiendo aquí recurrir a que  $50 \times 25$  es equivalente a  $25 \times 50$ , y esto es la mitad de  $25 \times 100$ , finalmente sumar  $2 \times 25 = 50$  ( $125 + 50 = 175$ )

Es importante acompañar a los estudiantes promoviendo la verbalización de sus estrategias. Preguntas como: ¿Cómo pensaste el cálculo? ¿Qué propiedad utilizaste? ¿Cómo descompusiste el número? o ¿Qué relaciones entre cálculos identificaste? pueden ser útiles.

Luego del trabajo de resolución, la formulación de estrategias de cálculo y el intercambio de ideas con algunos compañeros, se propone una instancia de socialización con el resto de la clase. Este momento está destinado a compartir producciones, debatir ideas, validar opiniones y construir conocimientos de manera colectiva.

El docente toma nota en el pizarrón de alguna conclusión colectiva derivada de la socialización entre los estudiantes, y menciona algunas propiedades de las operaciones entre números naturales que puedan surgir entre las conclusiones: la propiedad asociativa de la multiplicación o la suma; propiedad conmutativa de la multiplicación y propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma.


A modo de reinversión del trabajo realizado, y tras haber compartido resoluciones, razonamientos y conclusiones, el estudiante pondrá a prueba todas estas estrategias para analizar la equivalencia o diferencia de los cálculos.



## ACTIVIDAD 2

### Cálculos mentales de multiplicaciones

**a** | Teniendo en cuenta las conclusiones a las que arribaste en la actividad anterior, te propongo que completes con el resultado de las siguientes multiplicaciones.

	$12 \times 10 = \dots\dots\dots$	$12 \times 20 = \dots\dots\dots$	$12 \times 30 = \dots\dots\dots$	$12 \times 50 = \dots\dots\dots$
	$21 \times 100 = \dots\dots\dots$	$21 \times 50 = \dots\dots\dots$	$21 \times 200 = \dots\dots\dots$	$21 \times 500 = \dots\dots\dots$

1. ¿Qué tuviste en cuenta para resolver la consigna? Compartí y compará tu estrategia con algún compañero.
2. ¿Cómo podrías hacer uso de los resultados de la tabla para resolver  **$12 \times 90$**  y  **$21 \times 600$** ?



**b** | Decidí, sin hacer la cuenta, cuál o cuáles de las siguientes multiplicaciones son equivalentes a  **$36 \times 21$** , es decir que dan el mismo resultado:

$36 \times 3 \times 7$	$30 \times 6 \times 3 \times 7$	$2 \times 2 \times 9 \times 21$	$18 \times 42$
------------------------	---------------------------------	---------------------------------	----------------

1. Explicá cómo lo pensaste.
2. ¿Se te ocurre otra cuenta de multiplicar que sea equivalente a  $36 \times 21$ ?

**c |** Sabiendo que  $36 \times 14 = 504$ ,

1. ¿Cómo podrías usar este cálculo para resolver las siguientes multiplicaciones? ¿Cuál es el resultado en cada caso?

$36 \times 140$	$18 \times 14$	$72 \times 28$	$36 \times 15$
$360 \times 14$	$18 \times 28$	$72 \times 7$	$36 \times 13$

2. ¿Qué tuviste en cuenta para pensar en estos cálculos?
3. Analizando la siguiente multiplicación  $45 \times 18$ , explicá cómo la resolverías sin hacer la cuenta, de manera que te resulte más fácil. Compartí la resolución con el resto de tus compañeros. ¿Se obtuvo una única respuesta? ¿Cuál es la que más te conviene? ¿Por qué?

**d |** Analizá lo que pasó en la clase entre Sandra y Lucio, para decidir si alguno tiene razón. Ellos discuten sobre cómo resolver mentalmente  $21 \times 35$ .



**Sandra:** "Multiplicás primero treinta y cinco por veinte y después le sumás treinta y cinco. Es decir, treinta y cinco por dos, que es setenta. Más treinta, cien; más cinco, ciento cinco."

**Lucio:** "No puede ser. Veinte por treinta es 600, así es que nunca puede dar menor que eso. Tu método no sirve."

**e |** Teniendo en cuenta la tarea anterior, debatí con tu compañero de banco, cómo resolver  $52 \times 25$ .



## Del diálogo a las ideas Discusión en acción

### Afianzando Ideas: Reflexiones con un toque extra

Ya sabés que hay más de una forma de resolver un cálculo, si respetas las propiedades, pero, ¿qué relación hay entre las maneras de calcular y las propiedades? ¿Cómo te asegurás que el procedimiento utilizado te lleva al resultado correcto?

Decidí si los cálculos que se muestran a continuación, son equivalentes **132 x 26**.  
Justificá sin realizar la cuenta, proponiendo un comentario escrito de lo que se hizo.

$$100 \times 26 + 32 \times 26$$

$$132 \times 13 \times 2$$

$$132 \times 30 - 132 \times 4$$

$$132 \times 20 + 6 \times 132$$



## **ACTIVIDAD 3**

### **Sugerencias para el docente**

La Actividad 3, está previsto que se trabaje en 2 horas cátedras.

Tiene como propósito: "que el estudiante desarrolle cálculos mentales de divisiones, analizando en qué casos la división es exacta o no lo es" y "que reconozca propiedades de la suma, multiplicación y división de números naturales, haciendo uso de las mismas en sus estrategias de cálculo mental."

Esta tarea sigue la lógica planteada en la Actividad 2 sobre multiplicación, pero ahora focalizado en divisiones. Con estas tareas se busca promover la construcción de estrategias reflexivas, la validación de conjeturas y la transferencia de aprendizajes a ejemplos concretos.

Es fundamental que los estudiantes conecten las propiedades de las operaciones con las estrategias desplegadas, permitiendo que las conclusiones obtenidas sean transferibles a nuevos contextos y problemas.

En el ítem a, el estudiante pone en juego nuevamente la estrategia de interpretar una multiplicación y responder a partir de ésta, sobre el resultado de otros cálculos.

- Además, debe vincularse la multiplicación con la división: si el producto entre los factores 45 y 18 es 810, entonces 810 dividido uno de los factores dará por resultado el otro factor.
- También tendrán que recurrir a la descomposición en factores del dividendo o divisor. Por ejemplo,  $810:90$ , corresponde a la mitad del resultado de dividir  $810:45$ , puesto que 90 (el divisor) es el doble de 45. Así mismo, por ejemplo  $810:6$  dará por resultado el triple de dividir 810 en 18, puesto que el divisor 6, es la tercera parte de 18.
- Preguntas como: ¿Qué sucede con el cociente cuando se duplican el dividendo y/o el divisor? Si usás otros números en lugar de 810 y 45, ¿creés que las mismas relaciones se cumplen?, pueden colaborar a formular conclusiones como:

Si el dividendo se duplica, el cociente también se duplica.

Si el divisor se duplica, el cociente se reduce a la mitad.

Si se duplica tanto el dividendo como el divisor, el cociente no varía.

Esta tarea fortalece la comprensión de la relación entre los factores de la multiplicación y su vínculo con la división, permitiendo a los estudiantes generalizar estas ideas para abordar otros cálculos de manera autónoma.

Para seguir afianzando las conclusiones anteriores, incluso generalizar el razonamiento de descomposición del divisor y sus implicancias en el resultado de la división, se propone este ítem b en donde el estudiante podrá reflexionar que, como  $12=6 \times 2$ , entonces dividir en 12, es equivalente a dividir en 6 y luego en 2 (por ejemplo).

- Aquí un detalle importante es sobre la prioridad de la división, puesto que  $180:6:2$  corresponde a  $(180:6):2$  o  $(180 : 2) : 6$  pero no es lo mismo que  $180:(6:2)$ .
- En los dos últimos razonamientos, cabe destacar la discusión sobre la validez de la descomposición en sumas del dividendo y divisor. En el caso del procedimiento seguido por Mateo, se descompone 180 como  $120 + 60$ , y este cálculo tiende a sugerir una propiedad distributiva de la división respecto de la suma.
- Mientras que lo propuesto por Lucía, descomponer al divisor 12 en  $10 + 2$ , el razonamiento conduce a un error.
- Finalmente, se pide que, reflexionando previamente sobre las estrategias, las apliquen en otros ejemplos de división.

Con esta tarea se pretende:

- Reflexionar sobre la validez de las estrategias y cómo estas respetan (o no) las propiedades de la división.
- Identificar errores como el de Lucía, destacando la importancia de analizar críticamente cada propuesta y su coherencia matemática.

El docente deberá propiciar la discusión de estas estrategias, promoviendo que los estudiantes construyan criterios claros para evaluar su validez y que propongan otras alternativas.

En el ítem c, es necesario realizar una revisión sobre el algoritmo de la división de números naturales, identificar el término de dividendo, divisor, cociente y resto, e interpretar qué significa que una división sea o no exacta.

En el ítem d, el estudiante debe reconocer cociente y resto en divisiones. En principio, son divisiones por la unidad seguida de ceros. Teniendo en cuenta las conclusiones de lo que ocurría con la multiplicación por una potencia de 10, entonces se podría responder cuál es el cociente y resto en los primeros tres casos; para el último, el estudiante podría reflexionar atendiendo a que se trata de una división por 5, que es la mitad de 10.

En esta consigna e, el estudiante tendrá que hacer uso del algoritmo de la división para poder responder. Una conclusión importante, siendo que se divide entre números naturales, es que como el resto ( $r$ ) es menor que el divisor ( $d$ ), entonces habrá un único caso de división exacta ( $r=0$ ) en que el dividendo sea 12 y el cociente sea 50, y habrán 11 casos en que la división no sea exacta ( $r=1,2,\dots,11$ )

En la tarea f, la estrategia con la que el estudiante podrá responder sobre el valor de verdad de cada proposición, está basada en la propiedad distributiva de la división respecto de la suma.

- Por ejemplo:  $(2 \times 15673 + 4):2$  es equivalente a  $(2 \times 15673):2 + 4:2$ , aplicando la distributiva y reconociendo que ambos sumandos son divisibles por 2 (porque son o se pueden descomponer en una multiplicación por 2).
- En las últimas dos afirmaciones, se puede razonar primero desde la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma:  $2 \times 174 + 5 \times 174 + 2 = (2+5) \times 174 + 2 = 7 \times 174 + 2$ , y evidentemente, si se divide en 7, y se aplicase propiedad distributiva de la división respecto de la suma, el primer sumando es divisible por 7, pero claramente 2 no lo es.

Seguido al trabajo de construcción por parte de los estudiantes, el docente propone una instancia de reflexión sobre el trabajo realizado. Se puede favorecer la verbalización de estrategias con preguntas como: ¿Cómo podrías justificar que esta estrategia es válida? ¿Qué propiedad estás utilizando en este cálculo? Los estudiantes comparten sus conclusiones, comentan sobre las estrategias de cálculo reflexivo de divisiones.

Estas reflexiones no solo permiten validar estrategias, sino también consolidar la comprensión de propiedades distributivas y de los conceptos asociados a divisiones exactas y no exactas.

El docente toma nota en el pizarrón de alguna conclusión colectiva a partir de la socialización de los estudiantes. Es importante que los estudiantes dejen registro en sus cuadernos de este cierre de actividad. Tomar nota de las conclusiones funciona como ayuda memoria, subraya "lo importante" de lo realizado en clase, que puede ser utilizado como referencia en futuros cálculos



## ACTIVIDAD 3

### Descomponer para dividir





**a** | Dado que sabemos que  $45 \times 18 = 810$ , encontrá, sin hacer la cuenta escrita ni usando calculadora, los resultados de:

$$810 : 45 = \dots\dots\dots \quad 810 : 9 = \dots\dots\dots \quad 810 : 6 = \dots\dots\dots$$

$$810 : 90 = \dots\dots\dots \quad 1620 : 45 = \dots\dots\dots \quad 1620 : 18 = \dots\dots\dots$$

Explicá cómo llegaste a los resultados.

**b** | Para resolver mentalmente  $180 : 12$ , diferentes estudiantes sugieren lo siguiente:

	<p>Sofía <math>180 : 6 : 2</math></p>		<p>Lucas <math>180 : 3 : 4</math></p>
	<p>Mateo <math>120 : 12 + 60 : 12</math></p>		<p>Lucía <math>180 : 10 + 180 : 2</math></p>

1. ¿Son correctos todos estos procedimientos? Explicá por qué. ¿Se te ocurre otra estrategia distinta para hacer esta división?
2. ¿Cómo podrías resolver usando alguno de los procedimientos anteriores  $248:8$ ?
3. ¿Y  $600 : 15$ ?

**c** | Haciendo uso que  $720 : 30 = 24$ , ¿Cuál podría ser una división exacta que dé por cociente 48? ¿Y que dé por cociente 60?



### PARA RECORDAR

En toda división de números naturales, se relacionan de la siguiente manera:

$$\text{Dividendo (D)} = \text{cociente (c)} \times \text{divisor (d)} + \text{resto (r)}$$

Si multiplicamos el cociente por el divisor y le sumamos el resto, obtenemos el dividendo, donde el resto siempre es un número natural menor que el divisor.

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ r & c \end{array}$$

$$D = c \times d + r, 0 \leq r < d$$

**d |** Completá la tabla con el cociente y el resto de cada división, realizando los cálculos de forma mental. Explicá qué tuviste en cuenta:

División	Cociente	Resto
<b>3045:10</b>		
<b>3045:100</b>		
<b>3045:1000</b>		
<b>3045:5</b>		

**e |** Escribí un número natural que, al dividirlo por 12, se obtenga cociente 50. ¿Y si se agregase la condición de que además el resto sea 8? ¿Y si se pidiese que el resto fuese distinto de 8? Comentalo con tus compañeros y analizá si las respuestas son únicas. Explicá cómo llegaste a la solución.

**f** | Sin hallar los resultados de los siguientes cálculos, decidí si las afirmaciones son verdaderas o falsas y explicá tu decisión.



	<b>2 x 15673 + 4</b> se lo puede dividir en 2, obteniendo una división exacta.
	<b>3 x 15673 + 6</b> se lo puede dividir en 2, obteniendo una división exacta.
	<b>374 x 15 + 21</b> se lo puede dividir en 5, obteniendo una división exacta.
	<b>374 x 15 + 21</b> se lo puede dividir en 3, obteniendo una división exacta.



## Del diálogo a las ideas Discusión en acción

### Afianzando Ideas: Reflexiones con un toque extra

Ya sabés que hay más de una forma de resolver un cálculo, si respetas las propiedades, pero: ¿Cómo asegurás que el procedimiento utilizado te lleva al resultado correcto?  
¿Qué relación hay entre las maneras de calcular y las propiedades?



## Actividad de cierre

### Sugerencias para el docente

Luego de realizar la puesta en común, y dejar establecidas algunas conclusiones respecto de la división entre números naturales, el docente propone un problema de aplicación en donde los estudiantes puedan poner en juego parte del razonamiento y de las nociones matemáticas involucradas en estas tres primeras actividades.

Además, se trata de un quehacer matemático diferente al que se viene desarrollando, y que se vincula con la lógica de trabajo de las siguientes actividades. En este sentido, no solo requiere que en clase se socialicen los resultados y estrategias de resolución propias de la tarea, sino que se reflexione sobre cómo actuar frente a este tipo de consignas.

- Retomando el algoritmo de la división (considerando el número de asistentes dividido entre 28 asientos que hay por fila), este problema se podría resolver como:  $28 \times 15 + 20 = 440$ . Otra posibilidad, con el mismo cálculo, pero distinta interpretación, podría ser agregar 20 a la cantidad de asientos del teatro:  $28 \times 15$  (cantidad total de asientos), más 20 (personas sin asiento).
- La segunda consigna puede resolverse desde una división de 560 entre 28 (que son las sillas por fila). El cociente de la división será la cantidad de filas que se precisan (20). Como todos estuvieron sentados, el resto de la división debe ser cero.
- En la tercera consigna, el estudiante tendrá que hacer uso de las estrategias de descomposición en factores y en sumas, para multiplicar  $15 \times 28$ ; podrán proponer distribuciones uniformes como:  $30 \times 14$ , u otras no uniformes como:  $420 = 10 \times 30 + 5 \times 32$ .
- En la última tarea, el estudiante debe analizar cómo cambia un producto al duplicar los factores, notando una diferencia con la duplicación de los sumandos en una suma.

En cuanto a las preguntas para que cada estudiante pueda realizar su propia revisión sobre su experiencia en la resolución de las actividades, el docente puede proponer diversas dinámicas para compartir impresiones y que a él le sirva como información importante para la toma de decisiones sobre qué ajustes hacer, qué potenciar, qué tener en cuenta para las próximas clases, evalúe si es necesario agregar nuevas tareas que sirvan para afianzar algún tema, etc.

A continuación, se dejan dos posibles dinámicas: Una vez que hayan respondido a los interrogantes...

- Una vez que hayan respondido a los interrogantes...Ahora hagan un bollito de papel y que vuele por el curso (con mucho cuidado). Tomá un bollito de papel de un compañero y cuando el profe lo diga, leelo y compartan sus opiniones. Atención: al finalizar y antes de salir del recreo, levantar los papeles y tirarlos en el basurín.
- Peguen sus respuestas en un friso ( o una cartulina grande colocada en la pared), lean las de algún compañero, y escriban un mensaje sobre cómo ayudarlo a superar desafíos o pidiendo que lo ayuden a superar los propios. Escribí un mensaje breve en una hoja colorida y pegalo junto a la respuesta del compañero. Al final, elijan algunas respuestas y mensajes para reflexionar en grupo sobre la importancia de ayudarse mutuamente.

La intención de esta dinámica es que los estudiantes se involucren, interactúen de manera divertida y reflexionen sobre el trabajo en equipo.

La reflexión final debe consolidar los aprendizajes, validando estrategias correctas y reconociendo errores como parte del proceso. Subrayar las conclusiones como "lo importante" de la clase fomenta una comprensión duradera y transferible.



## Actividad de cierre/ metacognición:

**a |** En la escuela “Manuel Belgrano”, se celebra anualmente un festival de teatro que atrae a estudiantes, padres y miembros de la comunidad. Este año, el auditorio ha sido renovado y cuenta con 15 filas de 28 asientos cada una. La emoción está en el aire mientras todos se preparan para las funciones.

1. ¿Cuántas personas asistieron a la primera función si se ocuparon todos los asientos y 20 quedaron sin sentarse?
2. A la segunda función asistieron 560 personas. ¿Cuántas filas de 28 sillas se habrán agregado si se sabe que todos los espectadores estuvieron sentados? Escribí como lo pensaste.
3. En otra función se decidió no agregar más sillas que las que tiene la composición inicial, pero sí analizar diferentes formas de distribuir las sillas entre las filas. En algunos casos, todas las filas tienen la misma cantidad de sillas (distribución uniforme), y en otros, se conservó la cantidad de filas, pero las de más atrás tenían mayor cantidad de sillas (distribución no uniforme). ¿Cuáles podrían ser las posibles distribuciones, ya sean uniformes o no?
4. En otra función agregan filas de 28 sillas, se ocuparon todos los asientos y nadie quedó parado. ¿Cuántos asistieron? ¿Hay una sola posibilidad?
5. En la última función se pusieron el doble de filas y el doble de sillas por fila que en la primera. ¿Es cierto que hubo el doble de sillas que en la primera? ¿Por qué?



**b |** Respondé en un papel:

- ¿Aprendiste algo nuevo en estas clases? ¿Qué?
- Mencioná algo que no recordabas.
- ¿Qué actividades te resultaron más fáciles? ¿Por qué?
- ¿Qué actividades te resultaron más difíciles? ¿Por qué?

# Álgebra y Funciones

## “Problemas de proporcionalidad directa: propiedades y relaciones”

✓ Analizar problemas en diferentes contextos, que involucren la interpretación de las relaciones entre variables.

**"No basta con observar los números; es esencial comprender las relaciones entre ellos."**

(Leonhard Euler, parafraseado del espíritu de sus trabajos sobre funciones y relaciones matemáticas)



## **ACTIVIDAD 1**

### **Sugerencias para el docente**

La Actividad 1 tiene como propósito que el estudiante recupere y refuerce las relaciones de proporcionalidad directa, permitiéndoles identificar, comprender y aplicar la constante de proporcionalidad en contextos concretos. Este trabajo sirve como puente entre los conocimientos previos adquiridos en la escuela primaria y los futuros aprendizajes relacionados con la noción de variación y función de la Educación Secundaria en Matemática.

El propósito de esta colección de actividades es llegar a la formulación de las propiedades de las relaciones de proporcionalidad directa, a partir de su aplicación en diversos problemas, permitiendo a los estudiantes comprenderlas de manera concreta y progresiva.

En los años anteriores, los estudiante trabajaron sobre cómo resolver problemas del campo multiplicativo, en particular de proporcionalidad directa, entonces, retomando las experiencias previas de ellos, se espera que, al enfrentarse a las consignas que se les propone, vuelvan a preguntarse: ¿Cómo se pueden reconocer estos tipos de problemas? ¿Qué procedimientos se pueden usar para resolverlos? Si el único procedimiento que aparece es “la regla de tres”, es conveniente cuestionar: ¿Es el único posible? ¿Cómo saber cuál procedimiento conviene más?

En la Actividad 1, se propone resolver una situación de proporcionalidad directa con distintos procedimientos. Para ello, se estima trabajar durante 2 horas cátedras.

En la consigna a, los números involucrados permiten utilizar relaciones de “doble”, “triple”, etc., para encontrar los valores que se piden. No se explicita la cantidad de barras de cereales correspondientes a una caja, pero se da la información de que en 5 cajas hay 90 barras.

Si bien el problema se puede resolver mediante el doble, triple y cuádruple de 5, es posible que algunos estudiantes calculen la cantidad de barras de cereales que hay por cada caja (es decir, realicen  $90 : 5 = 18$ ), y a partir de éste valor, calculen el resto de los datos pedidos. Ambas estrategias son válidas y enriquecen el desarrollo del pensamiento matemático.

En el ítem b se plantean valores (6, 10 y 24 paquetes) que orientan al estudiante hacia un razonamiento específico, valores que corresponden a múltiplos de 2, no obstante, cuando se pregunta para 25 paquetes, no se puede calcular directamente desde los demás valores dados, por lo que se orienta al estudiante a calcular la constante de proporcionalidad.

En la consigna c, se propone resolver una situación de proporcionalidad directa con distintos procedimientos. Para varios casos, los valores elegidos permiten usar las propiedades de la suma o resta de cantidades de un mismo tipo para encontrar los correspondientes o de la multiplicación y división por un escalar para encontrar nuevos valores.

- Por ejemplo, para saber cuál es la cantidad vendida si se recaudó \$3000, se podría dividir a 8 en 2, dado que \$3000 es la mitad de \$6000.
- Para completar el total recaudado para 5 productos vendidos se podría calcular el precio unitario y sumárselo a lo recaudado para 4 productos. O bien multiplicar por 5 el precio unitario.
- Para completar el total recaudado por la venta de 13 productos, una estrategia posible sería sumar los totales recaudados para 5 y 8 productos vendidos.

Para abordar el concepto de la constante de proporcionalidad, es necesario incluir problemas que se centren en el análisis de la relación entre la variable dependiente y la variable independiente, verificando que se mantiene constante este cociente.

En la tabla de c, no se menciona explícitamente el "valor de la unidad". Por lo tanto, se debe calcular cuánto se recauda por la venta de un solo producto. Una forma de hacerlo es resolver la división  $6000:8$ . Otra opción interesante es completar los primeros valores de la tabla y luego dividir el valor de la variable dependiente por el de la variable independiente que se encuentran en correspondencia, como en los siguientes ejemplos:  $6000:8$ ;  $3000:4$ ,  $3750:5$ . Podemos observar que todas estas divisiones resultan en 750 (o que todas son equivalentes). A este número se le llama "constante de proporcionalidad".

Además, podemos afirmar que las magnitudes son directamente proporcionales porque, al realizar el cociente entre el total recaudado y la cantidad de productos vendidos, el resultado es siempre el mismo.

Posteriormente, será conveniente que el docente ayude a organizar y sintetizar las propiedades clave, destacando cómo estas se evidencian en las relaciones de proporcionalidad directa. Se puede registrar su formulación en un afiche y en el cuaderno, con el objetivo de crear un material de referencia que los estudiantes puedan consultar en el futuro al resolver problemas.

En estas situaciones, siempre hay dos magnitudes que se relacionan de manera que se cumple que:

- Al doble, al triple, a la mitad, un tercio, etc., del valor de una magnitud, le corresponde el doble, el triple, la mitad, un tercio, etc., del valor correspondiente de la otra magnitud.
- A la suma o la resta de los valores de una magnitud le corresponde la suma o la resta de los valores correspondientes de la otra magnitud.
- En todos los casos, el valor que toma la segunda magnitud cuando la primera vale 1 se denomina constante de proporcionalidad. Al multiplicar cada valor de la primera magnitud por dicha constante, se obtiene el valor correspondiente de la segunda magnitud.

Por ejemplo, en la tabla de la tarea c que relaciona el total recaudado (\$) con la cantidad de productos vendidos, la constante de proporcionalidad es \$750. De lo anterior se deduce que, al dividir la segunda magnitud por la constante de proporcionalidad, se obtiene el valor de la primera. En el caso de este ejemplo, considerando los demás valores de la tabla mencionada, es posible verificar los demás cocientes.

A partir de la reflexión se recomienda que el alumno registre en su cuaderno las propiedades de la proporcionalidad directa y/o definición de la misma.

Finalmente se presenta una consigna extra, donde se propone que el estudiante reinvierta lo concluido, dando cuenta de una estrategia basada en el razonamiento proporcional, logrando generalizaciones como insumo para una posible algebrización (ya sea que surja en esta etapa de articulación, o bien durante el primer año de cursado).

Esta tarea, la cual resulta significativa para el trabajo que sigue, es necesario que sea discutida al inicio de la clase siguiente. En esa breve instancia de compartir lo que los estudiantes hicieron, se espera que algunos solo planteen una estrategia coloquial, otros solo recurran a ejemplos, pero también que surjan posibles fórmulas.



## ACTIVIDAD 1

### Compras y proporcionalidad

**a |** Un kiosco está planificando la compra de mercadería para reabastecerse de barras de cereales. La semana pasada compraron 5 cajas de barras de cereales, cada una con la misma cantidad, y en total recibieron 90 barras de cereales. Ahora necesitás calcular cuántas barras deberían pedir para diferentes cantidades de cajas si cada una sigue teniendo la misma cantidad que en el pedido anterior.

1. ¿Cuántas barras de cereales necesitarán si piden 10 cajas?
2. ¿Cuántas barras de cereales necesitarán si piden 15 cajas?
3. ¿Cuántas barras de cereales necesitarán si piden 20 cajas?

**b |** Un negocio de golosinas vende dos paquetes de gomitas a \$120.

1. ¿Cuánto se paga si se compran 6 paquetes? ¿Y si se compran 10?
2. ¿Cuánto se paga si se compran 24 paquetes? ¿Y si se compran 25?
3. Explicá cómo calculaste en cada caso el precio a pagar para cada cantidad de paquetes comprados, y si tu razonamiento te sirve para calcular el precio de cualquier otra cantidad de paquetes.

**c |** Los estudiantes de primer año de un colegio decidieron organizar un kiosco saludable y aprovechar los recreos para ofrecer una variedad de opciones de alimentos caseros a los demás cursos de la escuela. Entre los productos que prepararon se encuentran porciones de tortas integrales, barras de cereal, frutas frescas y mini sándwiches de vegetales. Para facilitar las ventas y fomentar una alimentación variada, se decidió que todos los productos tuvieran un precio único.

1. Completá la siguiente tabla para saber el total recaudado o la cantidad de productos vendidos, según corresponda.



<b>Cantidad de productos vendidos</b>		5	8	10	13		18
<b>Total recaudado en (\$)</b>	3000		6000			12000	

2. ¿Cuál es el precio de cada producto?
3. ¿Qué procedimientos usaste para completar la tabla? Consultá con un compañero y compartan formas diferentes de hacerlo.
4. Observando los datos de la tabla ¿qué relación existe entre el total recaudado y la cantidad de productos vendidos? Si tenés el total recaudado, ¿podés conocer cuántos productos se vendieron? Explicá tu respuesta.
5. ¿Es posible que, si vendieron 41 productos, se haya recaudado \$31500 por ventas? ¿Por qué?
6. Sabiendo la cantidad de productos vendidos, ¿existe alguna forma rápida de calcular el total recaudado? Justificá tu respuesta mostrando el procedimiento.



## **Del diálogo a las ideas** **Discusión en acción**

### **Afianzando Ideas: Reflexiones con un toque extra**

Los estudiantes de 1º año del colegio, quienes habían formado un kiosco saludable, decidieron cobrar \$1000 por cada producto. ¿Se te ocurre alguna estrategia de cálculo para obtener el total recaudado (en \$) a partir de la cantidad de productos vendidos? ¿Cuál?



## ACTIVIDAD 2

### Sugerencias para el docente

La actividad 2 está prevista para abordarse en 2 horas cátedras y pone énfasis en el análisis de relaciones que son de proporcionalidad versus otras que no lo son, pudiendo identificar las diferencias basadas en las propiedades que han trabajado previamente.

En el ítem a, para reutilizar las propiedades que se recuperaron, en la Actividad 1, se propone un problema donde hay que comparar una oferta de 4 productos al precio de 3. La elaboración de una tabla que relacione el número de productos con sus respectivos precios y su análisis, permitirá advertir que, sólo para cantidades de productos múltiplo de 4, conviene la oferta. En caso de que los estudiantes no lleguen a esta conclusión por sí mismos, será útil guiar su razonamiento hacia este punto. Además, se podrá discutir que, en el caso de la oferta, la relación entre la cantidad de productos y el precio no es de proporcionalidad directa, mientras que en la otra situación sí lo es.

En el ítem b, se refuerza esta idea de no proporcionalidad al trabajar con una relación dada en registro tabular. Puede notarse que, si bien por cada nueva persona que asista al viaje el precio cambia uniformemente, sin embargo, no se cumplen las propiedades de la proporcionalidad:

- Para 20 pasajeros, que es el doble de 10, se observa que el precio no se ha duplicado.
- Si se quiere calcular para 40 personas, no se cumple que el precio a pagar sea la suma de lo que pagan 10+12+18 personas.
- El cociente entre el precio y la cantidad de personas, no se mantiene constante.

Todo esto se puede justificar pensando en que existe un costo fijo, independientemente de la cantidad de estudiantes que viajen.

Nuevamente será interesante volver a la puesta en común, y el registro en cuadernos, sobre los procedimientos utilizados por los estudiantes para ver cuáles de los explicitados en la actividad anterior convienen según los números que elijan para armar la tabla comparativa del ítem a, o el análisis de la tabla b.

Una reflexión importante, será considerar que en ambas relaciones “al aumentar una cantidad, aumenta la otra”, pero no siempre los cambios son proporcionales. Mostrar los límites de uso de la proporcionalidad es muy importante dado que el uso abusivo de esta noción casi para todo crecimiento es un obstáculo muy conocido por los profesores de secundaria y un motivo de fracaso en ella. Es con esta idea, la de proponer una tarea final de formulación de nuevos ejemplos.



## ACTIVIDAD 2

### ¿Todo es proporcional?

**a** | Los estudiantes de 2º año, del mismo colegio mencionado en la actividad anterior, investigan dónde les conviene comprar: si en el kiosco del colegio o en el kiosco saludable organizado por los estudiantes de 1º año. El kiosco de 1º año ofrece 4 sándwiches por \$3000, mientras que el kiosco del colegio vende 4 sándwiches al precio de 3, con un costo individual de \$900.

1. ¿Dónde conviene comprar 8 sándwiches? ¿Y 6 sándwiches?
2. Si dos hermanos compran en el mismo kiosco y cada uno compra 2 sándwiches, ¿es lo mismo comprarlos por separado que comprarlos juntos? Explicá cómo lo pensaste.
3. Elaborá una tabla para cada kiosco con el número de sándwiches y sus precios. Observá y compará las mismas. ¿Siempre que compres el doble de sándwiches, el precio se duplica en ambas tablas? Explicá por qué.
4. ¿Qué sucede al realizar el cociente entre el precio y la cantidad de productos vendidos en cada tabla? ¿Es siempre constante? ¿Qué información nos brinda ese valor?
5. ¿Cómo podrías calcular el precio para una cantidad cualquiera de sándwiches en ambos kioscos?
6. ¿Cuál debería ser el precio máximo por sándwich para que sea más conveniente? Explicá tu respuesta y da un ejemplo.

**b** | Con lo recaudado en el kiosco de la escuela, los estudiantes quieren realizar un viaje al museo. En la siguiente tabla se muestra cómo varía el precio del viaje estudiantil de acuerdo a la cantidad de personas que participan.

Si viaja el curso completo, 40 estudiantes, ¿es cierto que el costo del viaje será el doble que el costo para 20 personas, o cuatro veces lo que pagan por 10? De ser cierto, explicá por qué. De no serlo, ¿cómo te diste cuenta? ¿A qué se debe esta diferencia?

<b>Cantidad de estudiantes que viajan</b>	10	12	14	16	18	20
<b>Costo del viaje en \$</b>	38000	44000	50000	56000	62000	68000



## Del diálogo a las ideas Discusión en acción

### Afianzando Ideas: Reflexiones con un toque extra

Proponé nuevos ejemplos de relaciones donde sí hay proporcionalidad directa, y otros en donde no hay (incluso en casos donde no tiene sentido que lo haya). Explicá los mismos desde la definición y propiedades de la proporcionalidad directa.



## ACTIVIDAD 3

### Sugerencias para el docente

Los porcentajes son herramientas habituales en situaciones cotidianas, y muchos estudiantes llegan a los últimos años de primaria con nociones básicas como que 25% representa 25 por cada 100 o que 50% representa 50 por cada 100. También suelen reconocer que los porcentajes pueden expresarse como cálculos equivalentes, por ejemplo, que 25% es igual a la cuarta parte, o que 50% equivale a la mitad, entendiendo cada porcentaje como una constante. Estas reflexiones son las que se proponen para el primer ítem de esta actividad.

En un segundo momento, el estudiante debe analizar dos expresiones algebraicas, ambas correctas, que permiten calcular el 20% de cierta cantidad. La consigna invita a debatir sobre la equivalencia de éstas. Una primera instancia de pensamiento, puede limitarse a probar con ejemplos que las estrategias funcionan, pero en el momento de validar la decisión tomada, los estudiantes tendrán que comprender por qué multiplicar por 20 y dividir por 100 (tomando estrategias del bloque de números y operaciones), y por qué es válido dividir en 5.

La propuesta está limitada al trabajo con operaciones con números naturales, sin embargo también puede surgir como respuesta un razonamiento basado en operaciones con números racionales.

Un tema de discusión es que en esas estrategias no resulta evidente cuál es la constante de proporcionalidad (si es que solo se limita a trabajar con números naturales), sin embargo puede reflexionarse sobre propiedades de este tipo de relaciones: al doble le corresponde el doble, y a mitades mitades, o también que el 20% de la suma de dos cantidades, es lo mismo que la suma del 20% de cada una.

Al concluir la actividad, se propone una instancia de socialización de la resolución de las mismas, de los procedimientos y estrategias correctas, y de aquellas que no lo son. En esta puesta en común, no se profundizará en el cálculo de porcentajes puesto que luego se seguirá ampliando en la educación secundaria, sino que se pondrá énfasis en visualizar que en el cálculo de porcentajes hay un razonamiento proporcional, y entonces valen las propiedades de la proporcionalidad directa.

Luego de que los estudiantes tomen nota de las conclusiones a las que han arribado de forma colectiva, el docente propone algunas reflexiones basadas en la interpretación de la proporcionalidad en el cálculo de porcentaje. Así, se pueden observar la verdad de las primeras dos proposiciones asociadas a la propiedad de suma de cantidades directamente proporcionales y justificarlas en base a la propiedad distributiva de la división y multiplicación trabajada en el primer bloque. Por ejemplo: Si a una cantidad se le calcula el 40% y además se le calcula el 20%, es lo mismo que calcular directamente el 60%.

- $40 \times C : 100 + 20 \times C : 100 = (40 \times C + 20 \times C) : 100 = 60 \times C : 100$

El abordaje de toda esta actividad con porcentajes está prevista para 1 hora cátedra.



## ACTIVIDAD 3

### Porcentajes

En el curso de Juan, que tiene 40 alumnos, el 25% está en un grupo de Whatsapp y el 50% tiene una cuenta en Instagram.

- ¿Cuántos alumnos no tienen una cuenta en Instagram?
- ¿Cuántos alumnos están comunicados a través de Whatsapp?
- ¿Cuántos alumnos usan Instagram?

**a |** ¿Cómo calculaste el 25% del curso? ¿Y el 50%? ¿Por qué?

**b |** Juan y Romina están debatiendo sobre expresiones matemáticas que les permita calcular el 20% de cualquier cantidad, pero no se ponen de acuerdo con las conclusiones a las que han llegado.



Juan considera que para calcular el 20% de cierta cantidad, debe: **"multiplicar por 20 a la cantidad, y dividir entre 100"**

Romina, por su parte, dice que la forma de hacer tal cálculo es: **"dividir a la cantidad entre 5"**

- ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

**c |** ¿Te parece que los cálculos de porcentaje son cálculos proporcionales? ¿Por qué?



## Del diálogo a las ideas

### Discusión en acción

#### Afianzando Ideas: Reflexiones con un toque extra

¿Es cierto que...

- Si a una cantidad se le calcula el 40% y además se le calcula el 20%, es lo mismo que calcular directamente el 60%.

- Si se suma el 10% de dos cantidades, es igual a calcular el 10% de la suma de esas cantidades.
- Si se calcula el 20% de una cantidad, y luego el 20% del resultado obtenido, es igual a calcular directamente el 40% de la cantidad.

Proponé ejemplos, analizá si son verdaderas o no, y explicá.



## Actividad de cierre

### Sugerencias para el docente

La actividad de cierre, apunta a volver sobre lo trabajado, a mirar nuevamente lo aprendido decidiendo si las afirmaciones sobre las propiedades de la proporcionalidad son verdaderas o falsas. Importante retomar que en una situación en la que hay dos cantidades variables, éstas son directamente proporcionales si se cumple que las propiedades vistas en esta secuencia:

- a. al doble (triple, mitad, ...) de una magnitud corresponde al doble (triple, mitad, ...) de la otra.
- b. a la suma (resta) de dos valores de una magnitud corresponde la suma (resta) de la otra.
- c. el cociente entre cada par de valores correspondientes es siempre el mismo y se denomina constante de proporcionalidad directa.

Cierra este bloque, una mirada interna sobre el cambio entre lo que el estudiante sabía y lo que aprendió. Es importante darle lugar a esta tarea de metacognición, y que luego algunos puedan compartirla.

La actividad está prevista para 1 hora cátedra.



## Actividad de cierre/ metacognición:

**a |** Decidí si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.  
"En una relación de proporcionalidad directa ..."



	Al doble de una magnitud corresponde el doble de la otra magnitud.
	A la suma de dos valores de una magnitud corresponde la resta de los valores correspondientes de la otra magnitud.
	El cociente entre cada par de valores correspondientes es constante.
	Si una magnitud se duplica, la otra magnitud se reduce a la mitad.
	Si aumenta en una unidad una de las magnitudes, la otra magnitud también aumenta en una unidad.

**b |** Respondé:



- ¿Cuáles son las magnitudes que intervienen en los problemas resueltos anteriormente?
- ¿Cómo se expresan las constantes de proporcionalidad en estos problemas?

Cuando comenzaste a estudiar proporcionalidad, tenías algunas ideas iniciales de lo que se trataba. Pensá durante un minuto y en pocas palabras, escribí qué pensabas antes acerca de este tema. Luego completá la frase "Antes pensaba..."

Ahora, pensá cómo tus ideas acerca de la proporcionalidad han cambiado como resultado de lo que hemos hecho, compartido y discutido. Luego en pocas palabras escribí lo que ahora pensás acerca del tema. Comenzá las frases con "Ahora pienso..."

Estudiante:	Antes pensaba:	Ahora pienso:
-------------	----------------	---------------

# Geometría y Medida

## “Cálculos no convencionales de perímetro y área”

- ✓ Producir diferentes procedimientos de cálculo de perímetros y área de figuras planas.
- ✓ Explorar problemas de conservación del área en los que varía el perímetro y los de conservación de perímetro en los que varía el área.

**“El universo está escrito en el lenguaje de las matemáticas y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es humanamente imposible entender una sola de sus palabras. Sin ese lenguaje, navegamos en un oscuro laberinto”**

Galileo Galilei (1564-1642)



## ACTIVIDAD 1

### Sugerencias para el docente

En la Actividad 1, se espera que el estudiante:

- Recupere nociones de perímetro de figuras poligonales, como suma de las medidas de los lados.
- Recupere la noción de área de una figura poligonal, como medida de la extensión de la misma haciendo uso de una figura como unidad de medición."

La actividad está prevista para 2 horas cátedras de trabajo y tiene como objetivo trabajar las nociones de perímetro y área de figuras geométricas a través de un juego interactivo.

El objetivo de este juego es que los estudiantes trabajen en equipo para identificar y tachar figuras geométricas basándose en dos características clave: la medida de su contorno (perímetro) o la cantidad de cuadraditos que las forman (área). A través de esta actividad, pondrán en práctica sus conocimientos sobre estas medidas, tomarán decisiones estratégicas y reflexionarán sobre la relación entre perímetro y área. Ganará el equipo que acumule más puntos.

La dinámica invita a explorar unidades no convencionales, como el cuadradito de una cuadrícula, fomentando la reflexión sobre cómo medir figuras utilizando estas unidades

El juego tiene dos opciones de puntuación, basadas en el contorno (perímetro) y la cantidad de cuadraditos (área), lo que les da a los estudiantes la oportunidad de comparar ambos conceptos en situaciones prácticas. [En el ANEXO IV podrá encontrar cada figura con las medidas de perímetro y área correspondiente.](#)

El enfoque de la actividad es reflexivo, por eso en un segundo momento se proponen tareas que buscan que los estudiantes aborden estos conceptos desde una perspectiva más abstracta luego de haber experimentado con ellos de manera práctica.

En este ítem b, los estudiantes pueden notar que buscar por contorno es más desafiante, pero otorga más puntos, mientras que buscar por cantidad de cuadraditos es más sencillo, pero menos recompensado.

La decisión tomada pone en juego los conceptos de perímetro y área, desde las concepciones preexistentes en los estudiantes; perímetro como medida de contorno de la figura, y área como una medida de extensión de una figura en el sentido de "cuánto ocupa" la figura en una superficie de extensión.

Además, en ambos casos, se ha recurrido a una unidad de medida: el lado del cuadradito como unidad de medida de perímetro, mientras que el cuadradito como unidad de medida de área.

En c, la mayoría puede señalar que el contorno es más difícil de identificar visualmente, lo que los llevó a elegir la opción más sencilla en algunos turnos.

Al responder la tarea d, los estudiantes pueden haber notado que ciertas figuras tienen contornos más irregulares o que algunas figuras con más cuadraditos tienen más lados en el contorno. También pueden haber identificado figuras que eran difíciles de tachar porque su cantidad de lados o cuadraditos no coincidía fácilmente con los números generados. Además, podrían comentar que algunas formas (como figuras alargadas) tienden a tener más lados en el contorno en comparación con figuras compactas.

En e, se espera que los estudiantes logren abstraer el razonamiento puesto en acción, y pensar en situaciones teóricas, reformulando las figuras que podrían formarse al salir determinado número en el dado.

En f, los estudiantes responderán mediante una inversión del razonamiento puesto en acción, ahora tienen la figura y deben pensar en qué número salió en el dado.

En el tercer momento, se propone una instancia de reflexión sobre el trabajo realizado; los estudiantes comparten sus conclusiones. El docente desempeña un rol crucial en esta discusión, ayudando a los estudiantes a validar sus conclusiones y a corregir posibles concepciones erróneas. Es una excelente estrategia para construir una comprensión sólida sobre la relación entre estas dos medidas geométricas.

El docente toma nota en el pizarrón de las conclusiones colectivas a partir de la socialización de los estudiantes, entre éstas, se toma nota de la concepción de perímetro y área por parte de los estudiantes, y con la que se ha estado haciendo uso en el juego y de aquellas que derivaron de concepciones erróneas o incompletas.

Las consignas propuestas, también propician discutir sobre lo que significa medir para los estudiantes, cómo este proceso se ha llevado a cabo en estas tareas, y destacar el uso de medidas no convencionales empleadas.

Se plantea una consigna extra, para que los estudiantes resuelvan y compartan en la próxima clase su análisis. En este caso, surge una primera propiedad asociada a la medida de una figura: "el área y el perímetro para una figura dada, es única".



## ACTIVIDAD 1

### Juego "Cazadores de figuras"

#### Objetivo del Juego

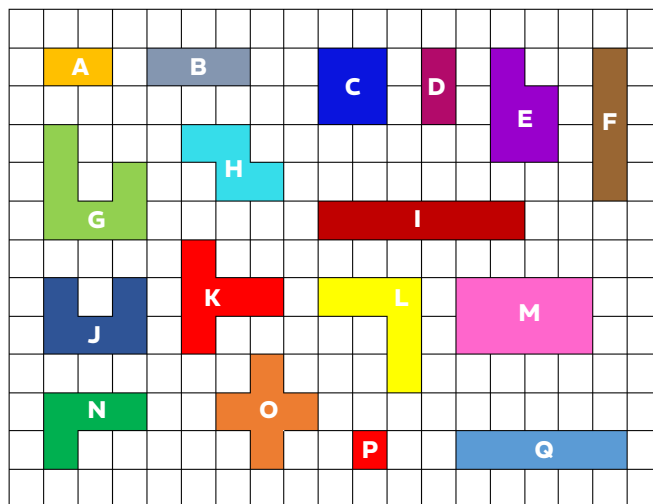
Tu misión es trabajar en equipo para identificar y tachar figuras geométricas basándote en su contorno (los lados de los cuadraditos) o en la cantidad de cuadraditos que las forman. Deberás tomar decisiones estratégicas para ganar la mayor cantidad de puntos posible. ¡El equipo con más puntos al final será el campeón! Prepárate para divertirte y poner a prueba tus habilidades matemáticas.

#### Reglas del juego

✓ **Formación de equipos:** Los estudiantes deben organizarse en grupos de cuatro integrantes, los cuales se dividirán en dos equipos de dos jugadores cada uno. Cada equipo jugará contra el otro para acumular puntos.

✓ **Materiales necesarios:** Cada grupo necesita:

- Una ficha con figuras dibujadas en un papel cuadriculado como se muestra a continuación. [\(Ver plantillas de las fichas en el ANEXO II\)](#)



- Un dado.

✓ **Turnos de juego:**

- Cada equipo juega por turnos. En su turno, uno de los integrantes lanza el dado y registra el número obtenido (entre 1 y 6).

- A partir del número obtenido, el equipo debe decidir entre dos opciones para buscar una figura y ganar puntos:
  - **Opción A:** Buscar una figura según el contorno (puntaje alto).
  - Al número obtenido en el dado, le suma 1 y multiplica el resultado por 2. El valor obtenido es la cantidad de lados de cuadraditos en el contorno de la figura que debe buscar.
  - **Opción B:** Buscar una figura según la cantidad de cuadraditos (puntaje bajo).
  - El equipo simplemente busca una figura que contenga el mismo número de cuadraditos que el número que salió en el dado.


✓ **Puntaje:**

- Si el equipo encuentra una figura válida según la opción elegida, gana los puntos correspondientes (2 puntos para la opción A, 1 punto para la opción B).
- La figura encontrada se tacha y no puede volver a ser utilizada.
- Si no encuentran una figura válida, pierden el turno.

✓ **Finalización del juego:**

- El juego termina después de 10 lanzamientos de dado por equipo.
- Gana el equipo que haya acumulado más puntos.

Ejemplo:



**Sale 6.**

**Opción A**, por 2p. Calcula:  $(6+1) \times 2 = 14$  Deben buscar una figura que tiene 14 lados de cuadradito en su contorno.

**Opción B**, por 1p. Debe buscar una figura que esté formada por 6 cuadraditos.

**a |** Armá tu equipo, y desafía a otros compañeros en este juego.



Para después de jugar... Respondé dejando todo registrado en tu carpeta.

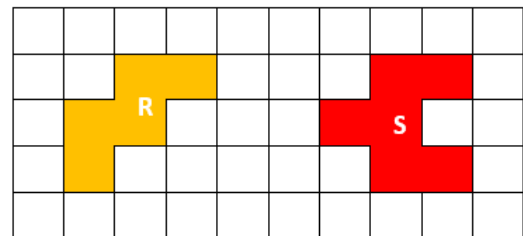
**b |** ¿Cuál estrategia resultó más efectiva para ganar puntos, elegir por contorno o por cantidad de cuadraditos? ¿Por qué?

**c |** ¿Hubo ocasiones en las que era más fácil encontrar una figura por el número de cuadraditos que por el contorno? ¿Cómo afectó eso tu elección? ¿Te resultó fácil identificar figuras por su contorno o por su cantidad de cuadraditos? ¿Cuál fue más difícil? ¿por qué?

**d |** ¿Qué particularidades encontraste en las figuras o en los resultados obtenidos?

**e |** Si al arrojar el dado sale el número 4, ¿se te ocurren figuras diferentes a las mostradas en la ficha de juego que podrías haber tachado y sumado 2p? ¿La respuesta es única? ¿Te sirven las mismas figuras si hubiese querido sumar 1p? ¿Por qué?

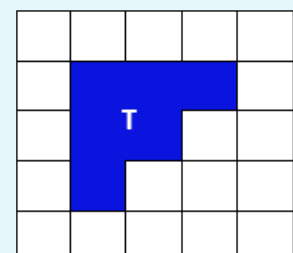
**f |** Si se agregaran a la ficha original las figuras que se muestran a continuación, ¿qué debería salir en el dado para poder tacharlas?



## Del diálogo a las ideas Discusión en acción

### Afianzando Ideas: Reflexiones con un toque extra

Si se quiere tachar la figura de la imagen, ¿qué número debería salir en el dado? ¿Es única la respuesta? Si es única, ¿por qué? Si no lo es, ¿cuántas respuestas se pueden dar?





## ACTIVIDAD 2

### Sugerencias para el docente

La actividad 2, para desarrollarse en 2 horas cátedras, busca que el estudiante compare las medidas de perímetro y área de diversas figuras geométricas, reflexionando sobre la independencia entre ambas magnitudes y construyendo conclusiones basadas en ejemplos concretos y reflexiones colectivas.

Para el ítem a, los estudiantes observan que, figuras distintas pueden tener mismo perímetro y misma área, produciendo una primera conjetura sobre una supuesta relación existente entre estas dos medidas.

Seguidamente, en la b, se busca analizar que más de una figura pueden tener igual perímetro o igual área y, a diferencia de las conclusiones de la última tarea de la actividad 1, las figuras no tienen que ser necesariamente las mismas. Además, en esta tarea se pide que se esbozen algunas conclusiones sobre conveniencias en cuanto al número asociado a perímetro y área que más figuras comparten, exigiendo hacer una comparación de estas medidas para los distintos casos propuestos para el juego.

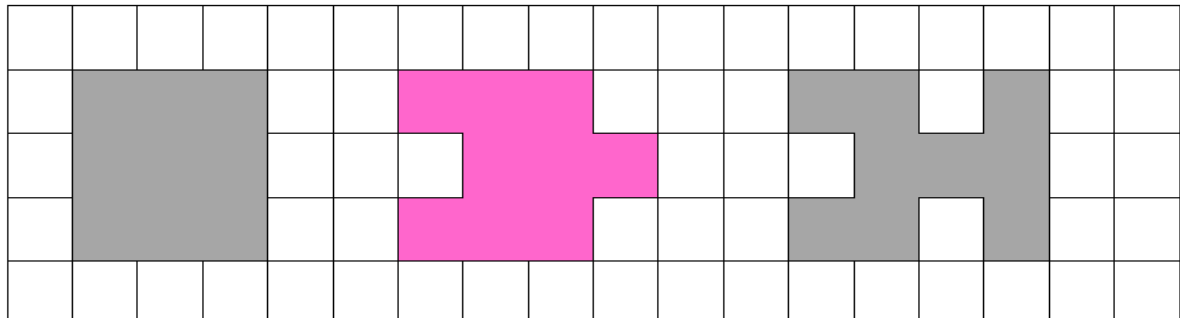
Antes de pasar a la tarea c, es oportuno plantear un momento de discusión donde se retomen y expliciten las ideas puestas en juego en las dos consignas trabajadas. Se pueden formular preguntas como:

1. ¿Qué conclusiones podemos sacar sobre la relación (o no relación) entre el área y el perímetro de una figura?
2. Solo si aparece la idea de la no dependencia se puede preguntar: ¿Qué significa decir que el área de una figura es independiente de su perímetro?

Pueden registrarse en el pizarrón algunas de las conclusiones, es importante que las mismas salgan de los alumnos. El docente no debe apresurarse en explicitar conclusiones, puesto que se continuará en las consignas siguientes avanzando con la exploración de esta actividad 2.

La tarea c, retoma e invita a transferir esas ideas que primeramente han ido formulándose a un caso particular para generar respuestas.

Esta tarea sirve para refutar una posible conjetura sobre la idea de que figuras de igual área tienen igual perímetro. Con la formulación de estos ejemplos, se puede concluir que no existe relación alguna entre el área y el perímetro de una figura. Posibles resoluciones serían:



El docente propone nuevamente una instancia de reflexión sobre la comparación de perímetro y área de figuras, esperando que, a partir de las respuestas y argumentaciones de los alumnos, quede explícita la no dependencia de una respecto de la otra. Para fomentar la elaboración de conclusiones podemos realizar estas preguntas:

1. ¿Encontraron alguna figura o caso que contradijera sus expectativas iniciales? ¿Cómo lo explicaron?
2. Si tuvieran que explicar lo aprendido a alguien que no estuvo en clase, ¿qué le dirían sobre área y perímetro?

Es un momento oportuno para que se registren en el cuaderno todas las conclusiones.

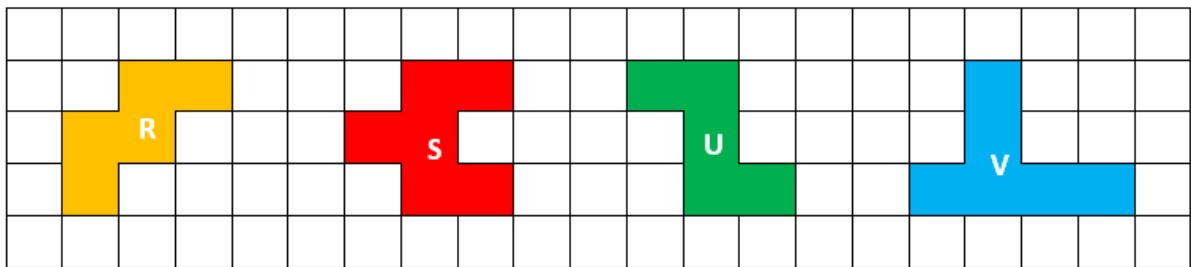
Se propone una tarea extra para reforzar la definición de área cambiando la unidad de medida. Con esta tarea, se espera que el estudiante concluya que, una misma área puede expresarse de manera diferente según la unidad de referencia tomada, sin embargo, el área se mantiene invariante dado que la figura a la que se está midiendo es la misma.



## ACTIVIDAD 2

### Comparando figuras

**a |** En la actividad anterior se habían agregado las primeras dos figuras de la imagen. Considerá que además se agregan las otras dos. ¿Qué particularidad tienen en cuanto a su perímetro y su área?



**b |** Si cambiamos las reglas del juego de la actividad 1 y ahora, en una misma jugada, podés tachar todas las figuras que coinciden con los números obtenidos. ¿Qué número te conviene que salga en el dado? ¿Qué elegirías, perímetro o área? Explicá tu respuesta.

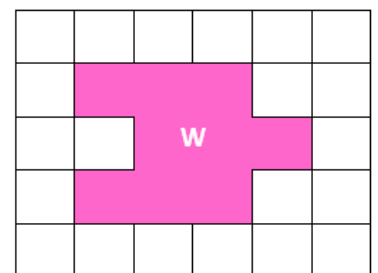


## Del diálogo a las ideas

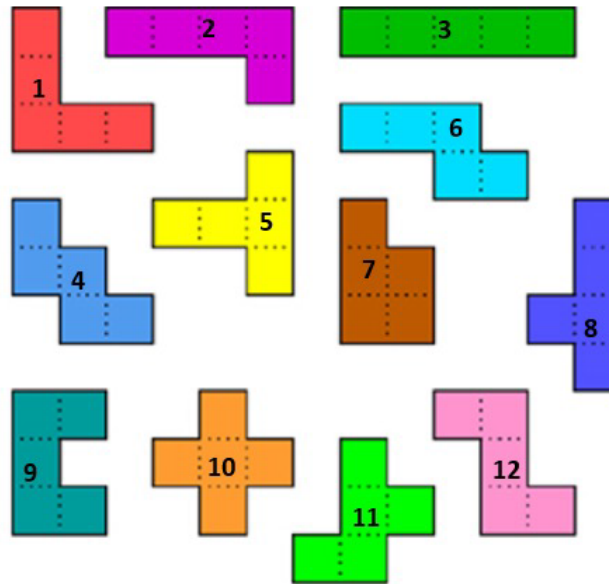
### Discusión en acción

**c |** ¿Cuál es el perímetro y área de la siguiente figura?

1. Modificá la figura de manera que se mantenga el área. ¿Qué sucedió con el perímetro?
2. ¿Será posible obtener otra figura de igual área y menor perímetro? si es posible dibujala, sino explicá por qué.
3. ¿Será posible obtener otra figura de igual área y mayor perímetro? Si es posible dibujala, sino explicá por qué.
4. Reflexioná si las modificaciones que hiciste son únicas o no. Compartí y compará tus respuestas con las de algún compañero.



**d** | Todas las piezas que a continuación se muestran, se denominan **pentominó**.

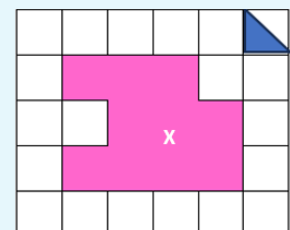


1. Analizá junto a tu compañero de banco ¿Qué tienen en común?
2. Si a cada pieza del pentominó le agregamos un cuadrado para hacer un examinó, ¿qué ocurre con el área? ¿Cómo cambia el perímetro? Elijan tres piezas para mostrar un caso en el que el perímetro aumente, otro en el que se mantenga igual y otro en el que el perímetro sea menor.
3. Si un compañero dice que si se saca un cuadradito también se va a reducir el perímetro, ¿qué piezas elegirías para mostrarle que eso pasa solo en algunos casos y en otros no?
4. ¿De qué depende que aumente, disminuya o se mantenga igual el perímetro cuando cambia el área de una figura? Registren en su carpeta sus observaciones, y compárenlas con las de otros compañeros.

### Afianzando Ideas: Reflexiones con un toque extra

¿Cuál es el área de la figura de la imagen? ¿Cambia el área si se tomase como unidad de medida el triángulo azul? Comentá tus conclusiones con tu compañero de banco.

Con esa unidad de medida (el triangulito), construí figuras que tengan por área 10, 12 y 15 triangulitos.





## **ACTIVIDAD 3**

### **Sugerencias para el docente**

En la Actividad 3, se espera “que el estudiante formule estrategias de cálculo de áreas de figuras como triángulos y paralelogramos, haciendo uso de la descomposición y reconfiguración de figuras conocidas”. Esta actividad tiene una duración de 2 horas cátedras.

Al comparar las figuras propuestas en la tarea a, se puede conjeturar que una tiene la mitad de área que la otra, ya sea porque se cuenten triangulitos (siguiendo la idea de trabajo con cuadraditos), o bien porque se tome de unidad el triángulo en el cuadrado, y se note que entra dos veces.

En el ítem b, se sigue comparando áreas, en este caso se puede hacer uso de algunas conclusiones previas, entre ellas la comparación del área de un cuadrado y un triángulo obtenida en el ítem a. Aquí, al analizar las opiniones propuestas sobre las áreas del rectángulo y del paralelogramo, se puede reflexionar sobre la posibilidad de reconfigurar una figura, dividiéndola en subfiguras, y reconstruyendo otra. De esta manera surge una estrategia nueva de comparación de áreas, y una nueva aproximación a la propiedad de sumas de áreas: Si una figura está formada por otras figuras (que no se solapan), la suma del área de cada subfigura es igual al área de la figura completa.

En el ítem c, se propone un trabajo en equipo, en donde los estudiantes discutan ideas de comparación de áreas, pero ya no haciendo uso de contar cuántos triangulitos (como unidad de medida) entran en cada figura, sino reforzando la idea de reconfigurar figuras, de dividir las, de sumar áreas. Aquí, una estrategia podría ser reconstruir un rectángulo de  $4 \times 5$  cuadraditos para concluir que el triángulo 1 y el triángulo 3 tienen misma área, que es la mitad del área del rectángulo de 20 cuadraditos de área. Por otro lado, reconstruir el paralelogramo en los casos de los triángulos 2 y 4, y recurrir a las conclusiones arribadas en la tarea b, en donde se comparó este tipo de figuras con rectángulos. Así poder concluir que, el infiltrado es el triángulo 2, puesto que el triángulo 4 tiene la mitad de área que el paralelogramo reconstruido, el cual a su vez tiene igual área que el rectángulo  $4 \times 5$ ; es decir, los triángulos 1, 3 y 4 tienen todos misma área (10 cuadraditos).

La tarea cierra con la propuesta de definir nuevos ejemplos, y validarlos, poniendo énfasis en que para hacer esta tarea requiere haber comprendido las estrategias antes enunciadas.

Se propone una nueva instancia de socialización, para que cada equipo exponga el trabajo realizado, especificando las estrategias de comparación de áreas empleadas y las conclusiones a las que han llegado. Se pueden formular preguntas de reflexión como:

1. ¿Qué condiciones deben cumplirse para que dos figuras tengan igual área?
2. Si cambian la unidad de medida del área, ¿qué se mantiene igual y qué cambia? ¿Por qué?

3. ¿Qué les permitió descubrir esta actividad sobre cómo medir figuras geométricas?
4. Si tuvieran que explicar su respuesta a alguien que no estuvo en la clase, ¿cómo lo harían?

El docente cerrará la clase tomando nota en el pizarrón sobre las ideas construidas colectivamente, y los estudiantes registrarán todo en sus cuadernos.

En la tarea final, se espera que el alumno reinvierta lo aprendido en las tareas previas, formulando ejemplos en base a condiciones dadas. Con este trabajo, puede haber aproximaciones a qué condiciones alcanzan para asegurar que figuras tengan misma área, mitad o doble.

Un razonamiento que se puede seguir, podría ser:

- El triángulo dado posibilita a la reconstrucción de un rectángulo de  $4 \times 2$  (tomando como unidad a la medida del lado de cada cuadrado de la cuadrícula), entonces el triángulo tendrá la mitad de área que la de este rectángulo, es decir 4 cuadraditos de área.
- Para obtener un triángulo con la mitad de área, se podría reducir a la mitad la medida de una altura y conservar la medida de su respectiva base ( triángulo de  $4u$  de base y  $1u$  de altura). Este triángulo tiene la mitad de área que la de un rectángulo de  $4 \times 1$  cuadraditos, es decir 2 cuadraditos de área. Con lo cual queda probado que el área es la mitad de la del triángulo dado.
- Para duplicar el área del triángulo, podría conservarse un lado como base, y duplicarse la medida de su respectiva altura. Esto lleva a pensar en un triángulo cuya área es la mitad de la del rectángulo de  $4 \times 4$  cuadraditos, es decir que el área del nuevo triángulo sería de 8 cuadraditos, el doble que el área del triángulo original.

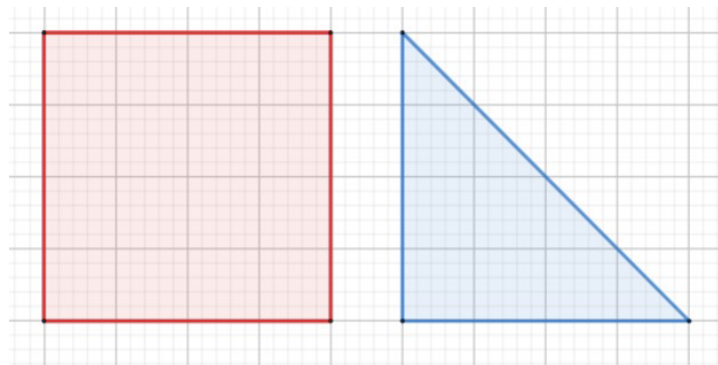
Debe tenerse en cuenta que, estas estrategias se sustentan en el trabajo de comparación de áreas que los estudiantes realizaron durante las tareas previas, y no se remiten a algoritmos de cálculo, sino a estrategias artesanales basadas estrictamente en la reflexión de lo hecho hasta el momento.



### ACTIVIDAD 3

Para analizar en equipos sobre nuevas figuras, nuevos cálculos de áreas

**a** | Analicen las dos figuras que se muestran en la imagen, y comparen el área de cada una. ¿Qué relación existe entre estas áreas? ¿Podría calcularse una a partir de la otra? Expliquen sus respuestas.

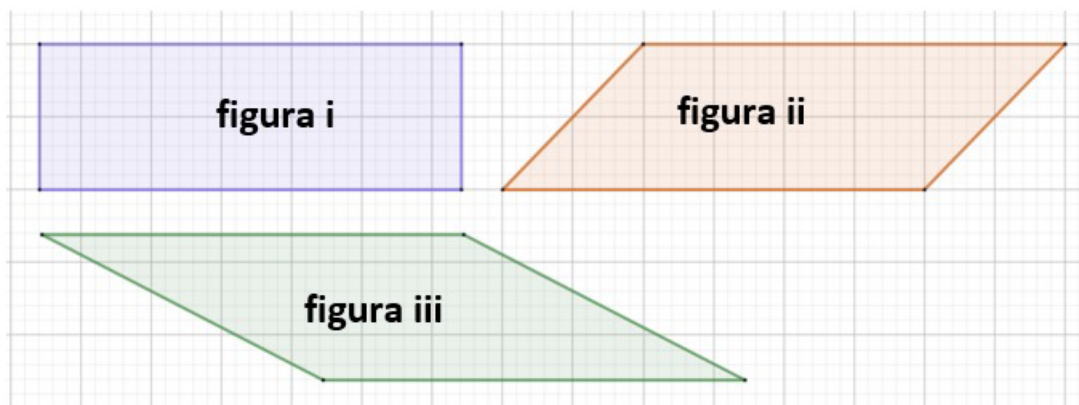


**b** | Luciana y Mauro discuten sobre el área de las figuras que se muestran en la imagen.

Luciana sostiene que la **figura ii** tiene la misma área que la **figura i** y explica que ambas pueden dividirse en pequeños triángulos como unidad de medida. Sin embargo, afirma que la **figura iii** es más grande que las otras dos.

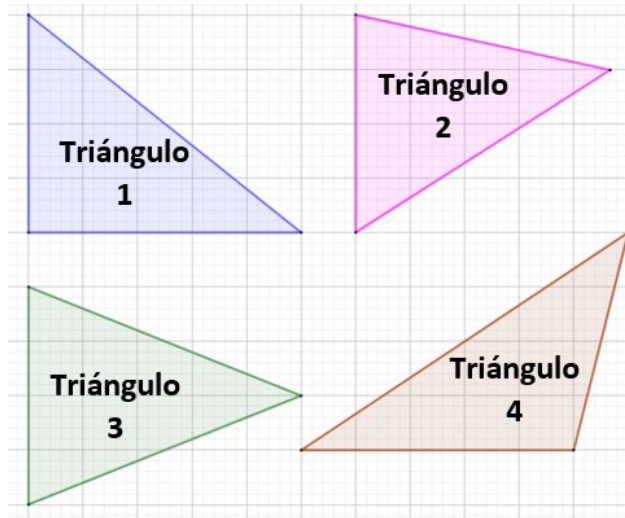
Por su parte, Mauro opina que todas las figuras tienen la misma área. Argumenta que tanto la **figura ii** como la **figura iii** pueden descomponerse en triángulos y rectángulos, y reordenarse para formar un rectángulo idéntico al de la **figura i**.

- ¿Qué opinan? ¿Quién tiene razón? Expliquen sus decisiones.



**c** | Entre estos cuatro triángulos hay un infiltrado, uno no tiene igual área que el resto. Descubran cuáles tienen igual área y por qué, y expliquen por qué el infiltrado no tiene misma área que los otros.

Cada uno del equipo, proponga otros triángulos, distintos a los dados, que tengan igual área a la de los tres encontrados. Compártanlos y discutan su validez.



## Del diálogo a las ideas Discusión en acción

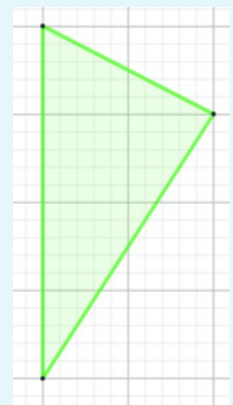
### Afianzando Ideas: Reflexiones con un toque extra

Teniendo en cuenta el triángulo de la imagen, proponé otro triángulo tal que:

- Tenga la mitad de su área;
- Tenga el doble de su área;
- Tenga más del doble de su área.

¿Se te ocurre construir una figura distinta a un triángulo que tenga igual área que la de la imagen? ¿Cuál podría ser?

En todos los casos, explicá qué tuviste en cuenta.



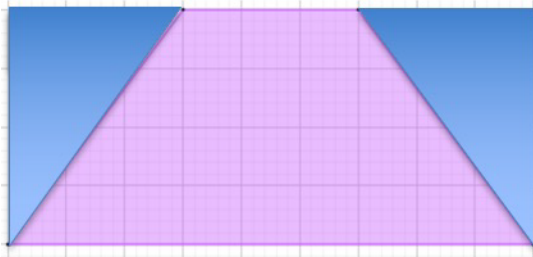


## Actividad de cierre

### Sugerencias para el docente

En la Actividad de cierre, se espera que los estudiantes puedan sintetizar lo aprendido sobre las nociones de perímetro y área, y las propiedades de estas medidas, al analizar el caso de un trapecio, y su descomposición y reconfiguración en nuevas figuras.

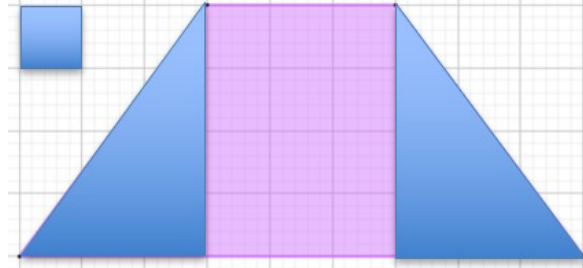
- La primera proposición es falsa. Una posible explicación es contar de forma aproximada los cuadrados de la cuadrícula que conforman al trapecio, pero puede resultar esta estrategia algo imprecisa. Otra forma de pensarlo, puede remitirse a agregarle al trapecio dos triángulos rectángulos y formar un rectángulo de  $9 \times 4$  cuadrados:



Así el rectángulo formado tiene un área de 36 cuadrados, y cada triángulo agregado un área de 6 cuadrados. Entonces, el área del trapecio sería de  $36 - 2 \times 6$  cuadrados, es decir, 24 cuadrados. Y no de 20.

- La segunda proposición es verdadera, y esto se basa en la propiedad de suma de áreas que ya se viene abordando en las tareas anteriores. Si el trapecio está formado por la figura rayada y el triángulo (sin solaparse), entonces el área del trapecio es igual a la suma de las áreas de esas dos figuras, o equivalentemente, el área de la figura rayada es igual a la diferencia entre el área del trapecio y el área del triángulo.
- La tercera afirmación es falsa, y nuevamente se puede justificar desde la descomposición y reconfiguración de figuras, es decir, las tres piezas que forman al rectángulo ABCD, se pueden reordenar para formar al trapecio. Esto garantiza que las áreas del rectángulo ABCD y trapecio, son iguales.
- La última afirmación es falsa y se puede explicar de manera empírica (sin recurrir al propiedades geométricas que no se han abordado hasta aquí), estimando medidas del contorno del trapecio.

El alumno puede imaginar el trapecio dividido en tres partes: un rectángulo central de base  $3u$  y altura  $4u$ , dos triángulos rectángulos idénticos, cada uno de estos triángulos tiene una base de  $3u$  y una altura de  $4u$ .



El alumno puede argumentar que los lados inclinados del trapezoido, que coinciden con lados de los triángulos rectángulos, son más largos que la altura del triángulo ( $4u$ ) y más cortos que el doble de su base ( $6u$ ). Esto es razonable porque el lado inclinado conecta dos puntos separados tanto vertical como horizontalmente. Para facilitar, puede estimar que cada lado inclinado mide "aproximadamente  $5u$ ", ya que es más largo que  $4u$  pero no tanto como  $6u$ . Así, se aproxima que la suma de la medida de los dos lados inclinados es  $5u+5u=10u$ .

**Perímetro del trapezoido:**  $9u+3u+10u$  (aproximación para los lados inclinados)= $22u$ .

**Perímetro del rectángulo:**  $20u$

Así, se puede concluir que el trapezoido tiene mayor perímetro que el rectángulo, porque su perímetro aproximado ( $22u$ ) es mayor que el del rectángulo ( $20u$ ).

Finalmente, es importante que los estudiantes reflexionen sobre lo aprendido, los logros, las fortalezas, las debilidades y los desafíos que le significaron trabajar en estas consignas matemáticas.

El tiempo dedicado es de 1 hora cátedra.



## Actividad de cierre/ metacognición:

**a** | Considerando la siguiente imagen en donde se muestra un cuadrado y un trapecio, decidí si las afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando lo que decidas:



	<p>Considerando como unidad de medida al cuadrado, el área del trapecio es mayor a 20 cuadrados.</p>	
	<p>Considerando como unidad de medida a la del lado del cuadrado, el trapecio tiene un perímetro de 12 unidades.</p>	
	<p>Si al trapecio se lo puede descomponer como se muestra en la imagen, entonces el área de la figura rayada, es la diferencia entre el área del trapecio y la del triángulo.</p>	
	<p>El rectángulo ABCD de la imagen tiene menor área que la del trapecio.</p>	
	<p>El rectángulo ABCD de la imagen tiene igual perímetro que el del trapecio.</p>	

**b |** Al finalizar las actividades sobre perímetro y área, dedicá tiempo a reflexionar de manera libre sobre tu experiencia. Escribí un texto en el que respondas a las siguientes ideas generales:

1. ¿Cómo te sentiste al trabajar con los conceptos de perímetro y área?
2. ¿Qué estrategias utilizas para resolver los problemas?
3. ¿Cuáles fueron los mayores desafíos y cómo los superaste?
4. ¿Descubriste algo nuevo?

Compartí con tus compañeros tus reflexiones y escuchá atentamente las de otros.

## ANEXO I

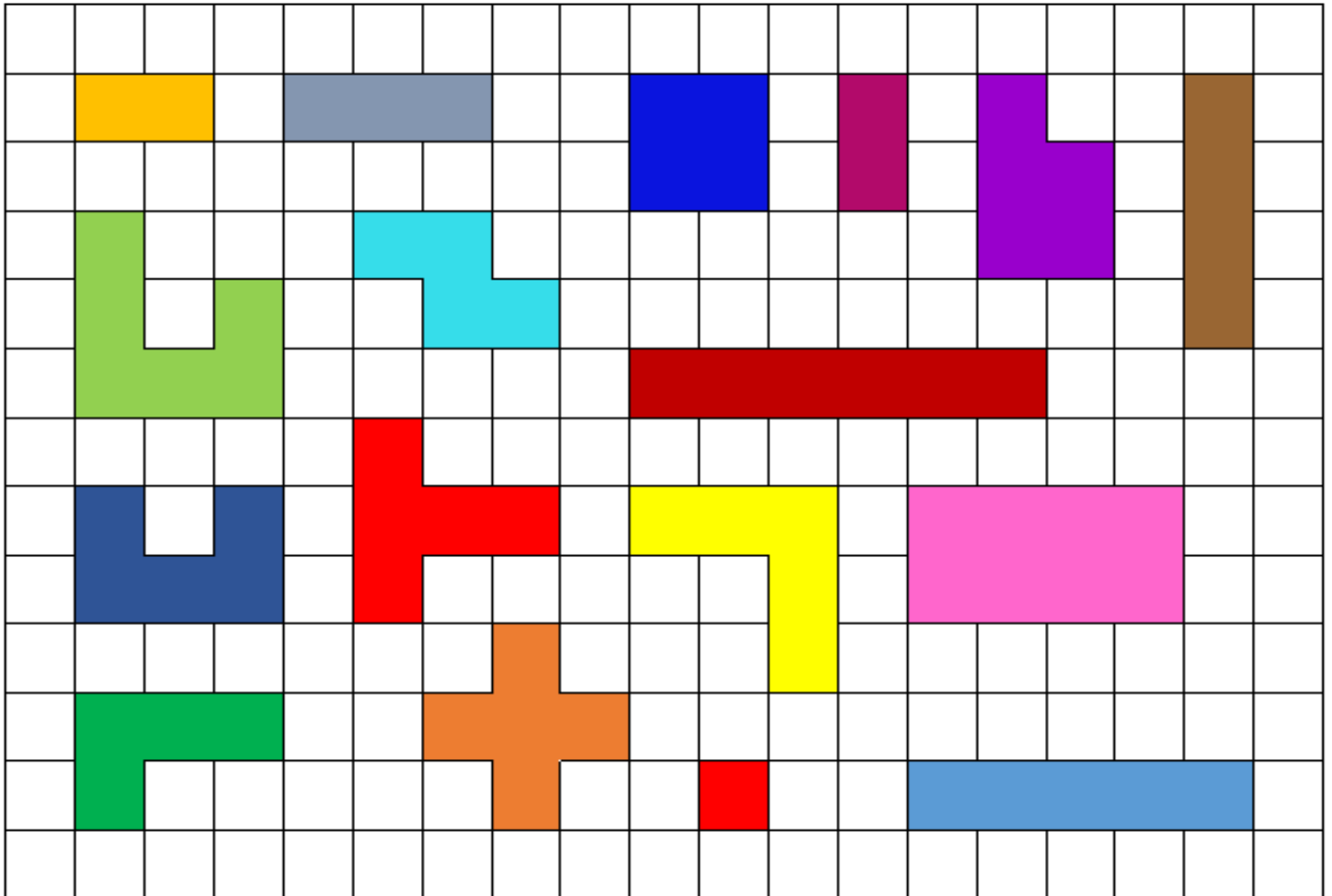
### Juego "Sumo y Multiplico"



<b>+ 10</b>	<b>+ 10</b>	<b>+ 10</b>
<b>+ 100</b>	<b>+ 100</b>	<b>+ 100</b>
<b>+ 1000</b>	<b>+ 1000</b>	<b>+ 1000</b>
<b>x 10</b>	<b>x 10</b>	<b>x 10</b>
<b>x 100</b>	<b>x 100</b>	<b>x 100</b>
<b>x 1000</b>	<b>x 1000</b>	<b>x 1000</b>

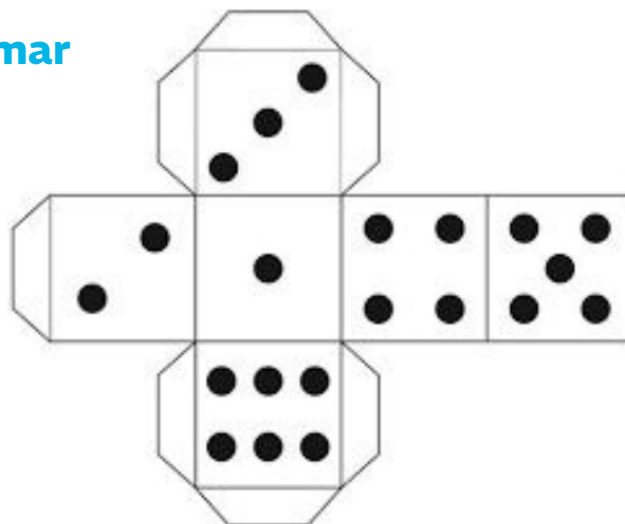
## ANEXO II

### Juego "Cazadores de Figuras"



## ANEXO III

### Dado para armar



## ANEXO IV

### Perímetros y áreas de figuras en cuadrículas








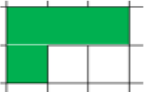
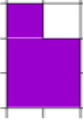

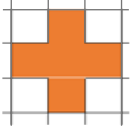

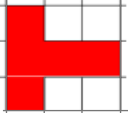
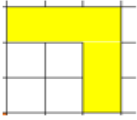
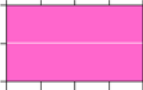

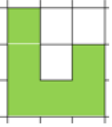
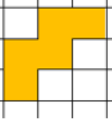
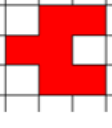
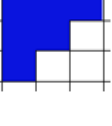
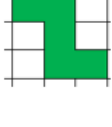
Figura	Perímetro	Área
	4	1
	6	2
	6	2
	8	3
	8	4
	10	4
	10	4
	10	4

Figura	Perímetro	Área
	10	5
	12	5
	12	5
	12	5
	12	5
	12	5
	12	8
	14	6

## ANEXO IV

### Perímetros y áreas de figuras en cuadrículas

Figura	Perímetro	Área
	14	6
	12	5
	14	6
	12	6
	12	5

## Referencias bibliográficas

- Diseño Curricular para la Educación Secundaria Orientada de la Provincia de MENDOZA (2015). <https://www.mendoza.edu.ar/disenos-curriculares-educacion-secundaria-orientada/>
- Diseño Curricular para la Educación Secundaria Técnica Profesional de la Provincia de MENDOZA (2015). <https://www.mendoza.edu.ar/disenos-curriculares-educacion-secundaria-tecnica-profesional/>
- Diseño Curricular para la Educación Primaria de la Provincia de MENDOZA (2019). [https://www.mendoza.edu.ar/wp-content/uploads/2022/11/ANEXO-1\\_DOCUMENTO-CURRICULAR\\_Ed-Primaria\\_compr.pdf](https://www.mendoza.edu.ar/wp-content/uploads/2022/11/ANEXO-1_DOCUMENTO-CURRICULAR_Ed-Primaria_compr.pdf)
- Agrasar M. Chemello G. y Díaz A. Manual de matemática. UNTREF. Ministerio de educación. Presidencia de la Nación.
- Arroyo, M. J., Korzeniowski, C. G., & Espósito, A. (2014). Habilidades de planificación y organización, relación con la resolución de problemas matemáticos en escolares argentinos. *Asunción (Paraguay)*, 11(1), 52–64. Recuperado de [https://ri.conicet.gov.ar/bitstream/handle/11336/98430/CONICET\\_Digital\\_Nro.0a8af3a7-f5d4-4faf-b41d-778a26f6f67e\\_D.pdf?sequence=5&isAllowed=y](https://ri.conicet.gov.ar/bitstream/handle/11336/98430/CONICET_Digital_Nro.0a8af3a7-f5d4-4faf-b41d-778a26f6f67e_D.pdf?sequence=5&isAllowed=y)
- Broitman, C., Itzcovich, H. y otros. (2012). *Matemática en secundaria 2/3*. Ed. Santillana. CABA.
- Broitman, C., Itzcovich, H. y otros. (2014). *Explorar en matemática 7/1 ES*. Ed. Santillana. CABA.
- Chara, Silvia (2022). Clase Nro.1: El cálculo mental con números naturales. Módulo 3: Temas de enseñanza de Número y Operaciones. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.
- Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires Ministerio de Educación Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa Dirección General Escuela de Maestros. (2024). *Escuela de maestros. Matemática en red*. <https://escuelademaestros.bue.edu.ar/matematica-en-red/>
- Korzeniowski, C. (2018). Las funciones ejecutivas en el estudiante: Su comprensión e implementación desde el salón de clases. Recuperado de <https://es.scribd.com/document/412493850/Las-Funciones-Ejecutivas-en-El-Salon-de-Clases-c-Korzeniowzki>
- Parra, C. (1994) "El cálculo mental en la escuela primaria" en C Parra e I. Saiz (comps.), *Didáctica de la matemática. Aportes y reflexiones*, Buenos Aires: Paidós.
- Masine, Beatriz (2010). *Entre nivel primario y nivel secundario : una propuesta de articulación. Alumnos / Beatriz Masine ; Marina Cortés ; Graciela Chemello. - 1a ed. - Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.*
- Rossetti, Alejandro (2022). Clase Nro. 4: La medida, sus quehaceres y las magnitudes especiales. Módulo 4: Temas de enseñanza de la geometría y la medida. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.
- Sessa, C, y otros. (2017). *Hacer matemática 1 y 2*. Ed. Estrada. CABA.